Phys. Lab.

Physikalische Zeitschrift

Begründet von **E. Riecke** und **H. Th. Simon**

Herausgeber:
Professor Dr. **M. Born** und
Professor Dr. **P. Debye**

Schriftleiter:
Dr. **Hans Küstner** in Göttingen

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen und wird nummernweis zur Grundzahl 1 mal Schlüsselzahl des Börsenvereins der Deutschen Buchhändler postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis 9 schweiz. Frcs. vierteljährlich. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile zur Grundzahl M. —.15, Beilagen zur Grundzahl M. 3.— für je Tausend berechnet.

Alle Manuskriptsendungen und darauf bezügliche Zuschriften sind zu richten entweder an die Herausgeber: Professor Dr. M. Born, Göttingen, Planckstraße 21, und Professor Dr. P. Debye, Zürich, Physikgebäude, Gloriastr. 35 oder an die Schriftleitung: Dr. Hans Küstner, Göttingen, Bunsenstraße 9, Physikalisches Institut der Universität, alle Büchersendungen und Anzeigenaufträge an den

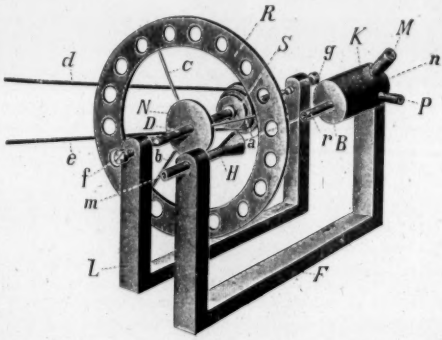
Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 17. Leipzig, 1. September 1923. **24. Jahrgang.**

No. 645.
Printed in Germany.

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Normal-Sirene

zur

rationellen Messung von Tonstärken.

Katalog 30 erschienen und ebenso wie Spezialliste No. 29 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Inhaltsverzeichnis:

(B. = Besprechungen.)

	Seite
Bauer, E., Die Grundprinzipien der rein naturwissenschaftlichen Biologie und ihre Anwendungen in der Physiologie und Pathologie. (B.)	376
Biologie: Die Grundprinzipien der rein naturwissenschaftlichen — und ihre Anwendungen in der Physiologie und Pathologie, v. E. Bauer. (B.)	376
Chwolson, C. D., Lehrbuch der Physik. III$_2$. (B.)	376
Friedrich, W., Wilhelm Conrad Röntgen	353
Induktorium: Die physikalischen Grundlagen des Betriebes von Röntgenröhren mit dem —, v. P. Ludewig. (B.)	376
Kennard, E. H., Die Art der Röntgenimpulse	372
Kristalle: Über die Oberflächenenergie der — und die Kristallformen, v. M. Yamada	364
Kristallformen: Über die Oberflächenenergie der Kristalle und die —, v. M. Yamada	364
Lichtbogen: Versuch zur Demonstration der Ladungen von Metalldämpfen im —, v. A. Salb	374
Ludewig, P., Die physikalischen Grundlagen des Betriebes von Röntgenröhren mit dem Induktorium. (B.)	376
Magnetonenzahlen: Spektroskopische —, v. A. Sommerfeld	360
Metalldämpfe: Versuch zur Demonstration der Ladungen von — im Lichtbogen, v. A. Salb	374
Pathologie: Die Grundprinzipien der rein naturwissenschaftlichen Biologie und ihre Anwendungen in der Physiologie und —, v. E. Bauer. (B.)	376
Physik: Lehrbuch der —, v. C. D. Chwolson. (B.)	376
Physiologie: Die Grundprinzipien der rein naturwissenschaftlichen Biologie und ihre Anwendungen in der — und Pathologie, v. E. Bauer. (B.)	376
Röntgen, W. C., v. W. Friedrich	353
Röntgenimpulse: Die Art der —, v. E. H. Kennard	372
Röntgenröhren: Die physikalischen Grundlagen des Betriebes von — mit dem Induktorium, v. P. Ludewig. (B.)	376
Salb, A., Versuch zur Demonstration der Ladungen von Metalldämpfen im Lichtbogen	374
Sommerfeld, A., Spektroskopische Magnetonenzahlen	360
Yamada, M., Über die Oberflächenenergie der Kristalle und die Kristallformen	364

Physiker, Dr. phil.,

langjähriger Leiter des physikalischen Laboratoriums einer Großfirma der Metallindustrie sucht ähnliche leitende Stellung. Angebote unter **S. H. 625** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstraße 2.

Einbanddecken zur Physikalischen Zeitschrift 1922 sind vorrätig und können zum Preise von Gz. M. 1.50 durch jede Buchhandlung oder vom Verlag S. Hirzel in Leipzig, Königstr. 2 bezogen werden.

Wir suchen zu kaufen

Physikalische Zeitschrift

komplette Exemplare, Serien und eventuell auch Einzelbände und

zahlen höchste Preise.

Wir sind auch jederzeit Käufer aller technischen und naturwissenschaftlichen Zeitschriften sowie von Einzelwerken von Wert auf allen Gebieten.

Angebote (möglichst mit Preisforderungen) erbittet

K. F. Koehlers Antiquarium, **Leipzig,** Täubchenweg 19.

Verlangen Sie unsere Kataloge „Neuerwerbungen" unter Angabe Ihrer Wissensgebiete!

Ankauf ganzer Bibliotheken!

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 17. 1. September 1923. 24. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 19 am 10. September 1923.

INHALT:

W. Friedrich, Wilhelm Conrad Röntgen †. S. 353.

Originalmitteilungen:

A. Sommerfeld, Spektroskopische Magnetonenzahlen. S. 360.

Mituo Yamada, Über die Oberflächenenergie der Kristalle und die Kristallformen. S. 364.

E. H. Kennard, Die Art der Röntgenimpulse. S. 372.

A. Salb, Versuch zur Demonstration der Ladungen von Metalldämpfen im Lichtbogen. S. 374.

Besprechungen:

P. Ludewig, Die physikalischen Grundlagen des Betriebes von Röntgenröhren mit dem Induktorium. S. 376.

C. D. Chwolson, Lehrbuch der Physik. S. 376.

E. Bauer, Die Grundprinzipien der rein naturwissenschaftlichen Biologie und ihre Anwendungen in der Physiologie und Pathologie. S. 376.

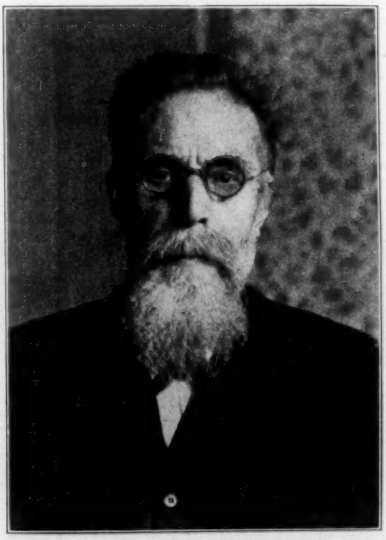
Personalien. S. 376.

Wilhelm Conrad Röntgen.

Gedenkrede von W. Friedrich in Freiburg, gehalten bei der Gedächtnisfeier des Gauvereins der Deutschen physikalischen Gesellschaft und des Sohnkekolloquiums in München. 1. Juni 1923.

Verehrte Anwesende!

Wilhelm Conrad Röntgen wurde am 27. März 1845 geboren zu Lennep im Rheinland. Sein Vater Friedrich Conrad war in der Rheinischen Industrie tätig. Die erste Zeit seines Lebens verbrachte er in Holland, der Heimat seiner Mutter. Dort in Utrecht wuchs er auf als einziges Kind seiner Eltern, die ihm eine glückliche Jugendzeit bescherten. Nach den ersten Schuljahren trat er in das dortige Gymnasium ein. Es sollte ihm die ersten Sorgen bringen. Im Anschluß eines harmlosen Schülerstreiches während seiner Obersekundazeit kam es zu einem jener strengen Schulgerichte. Röntgen bekannte sich dabei offen als einer der Hauptschuldigen. Sein stark ausgeprägtes Ehrgefühl ließ es jedoch nicht zu, seine Mitschuldigen zu verraten. Er mußte die Schule verlassen. Zwar brachte ihm das volle Verstehen seiner Handlungsweise von seiten der über alles geliebten Mutter etwas Trost in seinem Unglück, jedoch schien die Möglichkeit zum Hochschulstudium verloren. Er versuchte noch einmal als Extraneer die Reifeprüfung zu bestehen. Auch hier war ihm indes das Glück nicht hold. Was nun, war die bange Frage. Einen Hoffnungsschimmer, seine Lebenspläne zu verwirklichen, gab ihm die Mitteilung eines Schweizers namens Thormann, daß ein Studium am Polytechnikum in Zürich auch ohne Maturum möglich sei. So sehen wir ihn denn 1865 in Zürich als Student des Maschinenbaufaches.



Er war durchaus kein Streber, und der schöne Züricher See mit seiner schönen Gebirgswelt trieb ihn oft aus dem Laboratorium zu weiten Ausflügen. Besonders hatten es ihm die Berge des Engadin angetan, und wir finden ihn bis in sein hohes Alter fast jedes Jahr in ihrem Reiche wieder. Hier in Pontresina hatte er im Parkhotel sein Standquartier. Nach dreijährigem Studium, während dessen ihn die Vorlesungen über Mathematik und besonders die von Clausius über mechanische Wärmetheorie in ihrer begrifflichen Klarheit und Gewissenhaftigkeit interessierten, bestand er 1866 sein Diplomexamen als Maschinenbauingenieur.

Obwohl er die physikalischen Vorlesungen nur als Nebenfach belegt und nie ein Kolleg über Experimentalphysik gehört hatte, zog ihn seine ausgesprochene Vorliebe für exaktes, experimentelles Arbeiten zur physikalischen Forschung, wobei er stets ein lebhaftes Gefühl für die Fragen der Technik behielt. Er erwarb den Dr. phil. bei dem damaligen Züricher Experimentalphysiker Kundt und ging mit diesem ausgezeichneten Forscher als dessen Assistent 1870 nach Würzburg. In Würzburg führte er seine Lebensgefährtin heim, mit der er in langer, denkbar glücklichster Ehe lebte. Noch einmal schien ihm sein Mißgeschick während seiner Schulzeit eine unüberwindliche Klippe in seinen akademischen Lebensweg zu stellen. Trotz eifrigster Bemühungen seines Lehrers gelang es nicht, eine Habilitation des jungen Röntgen zu ermöglichen. Es war ein Glück für ihn, daß Kundt schon 1872 nach Straßburg an die neue Reichsuniversität berufen wurde. Dort waren nicht so starre traditionelle Bestimmungen und wir sehen ihn 1874 die erste Stufe der akademischen Laufbahn als Privatdozent der Physik erklimmen. Nun war kein Hemmnis mehr vorhanden in seiner Entwicklung. Schon 1875 wurde er Professor an der landwirtschaftlichen Hochschule in Hohenheim, wo er indes nur kurze Zeit verblieb. Auf Veranlassung Kundts geht er 1876 nach Straßburg zurück, um dort als außerordentlicher Professor das Fach der theoretischen Physik zu vertreten. 1879 erhielt der erst 34jährige die ordentliche Professur für Experimentalphysik in Gießen, die er zehn Jahre bekleidete. Die Gießener Jahre waren wohl neben den Würzburgern die schönsten seines Lebens. Hier entstanden auch die bedeutendsten Arbeiten nächst der Entdeckung der Röntgenstrahlen, und nirgends mehr gewann er sich unter seinen Kollegen liebere Freunde. 1888 erfolgte seine Berufung an die Universität Würzburg als Nachfolger Kohlrauschs, wo er bis 1900 verblieb. Hier entdeckte er bekanntlich 1895 die nach ihm benannten Strahlen, was bald seinen Namen durch alle Länder der zivilisierten Welt trug. 1898 wurde ihm die Nachfolgerschaft Gustav Wiedemanns in Leipzig angeboten, die er jedoch ablehnte.

Erst nach dem Tode Lommels leistete er dem Ruf der Münchener philosophischen Fakultät und dem Wunsche des bayrischen Ministeriums Folge und siedelte nach München über. Hier wirkte er als Direktor des physikalischen Instituts, bis ihn sein hohes Alter zwang, seine Amtstätigkeit im Frühjahr 1920 niederzulegen. Des Wanderns müde, konnten ihn die verlockenden Angebote von Berlin aus, das Präsidium der Physikalisch-technischen Reichsanstalt, bzw. die Akademieprofessur als Nachfolger van t' Hoffs zu übernehmen, nicht bewegen, die schöne Isarstadt zu verlassen. Hier war es auch, wo den trotz seiner 77 Jahre immer noch unermüdlich Schaffenden der Tod erreichte.

Röntgen gehört zu den Gelehrten, die Ostwald in seiner Schrift über die großen Männer die Klassiker nennt. Im Gegensatz zu den Romantikern, die voll von neuen Ideen und Plänen schnell und viel produzieren, und deren erste Sorge es ist, das einmal vorgenommene Problem rasch zu erledigen, um zu dem nächsten zu kommen,

sucht der Klassiker das gegenwärtige Problem bis in das Einzelste erschöpfend zu bearbeiten. Seine Stärke liegt in der unablässigen Beobachtung und Kritik aller Erscheinungen die den Forscher in der Bearbeitung seines Problems irre führen und die Klarheit der physikalischen Erkenntnis trüben können; in der einwandfreien Benutzung der physikalischen Untersuchungs- und Meßmethoden, in dem Erkennen und Ausmerzen aller Fehlerquellen.

Röntgen besaß wie kein zweiter diese Eigenart des klassischen Forschers. Er war ein Meister des Experimentes. Obwohl er eine große Scheu vor unsicheren Publikationen besaß, die wohl durch die immer wieder auftretende Skepsis gegen die eigenen Beobachtungen und Wahrnehmungen hervorgerufen war, waren es z. T. außerordentlich heikle Probleme, die er in Angriff nahm und glücklich löste. Oftmals hatte er seine Resultate lange Zeit vorher, ehe er sie der Öffentlichkeit übergab. So ist es denn nicht verwunderlich, daß er kein Wort zurücknehmen brauchte und daß seine Arbeiten dauernden Wert besitzen. Es kann wohl nur derjenige diese wissenschaftliche Gründlichkeit Röntgens recht beurteilen, der bei ihm selbst gearbeitet hat, der in stetem Gedankenaustausch mit ihm gesehen hat, wie er mit großem Scharfsinn immer wieder Kontrollen ersinnt, den Beobachter vor unsicheren Hypothesen warnt und mit eiserner Strenge an den experimentellen Tatsachen festhält. Besonders in der heutigen Zeit, die so leicht das Spekulative in der Physik in den Vordergrund treten lassen will, muß die Arbeitsweise Röntgens jedem jungen Experimentalphysiker als Muster vorgehalten werden in ihrer unerschütterlichen, strengen Sorgfältigkeit.

Obwohl Röntgen durchaus Experimentalphysiker war und mit rein theoretischen Arbeiten nicht hervorgetreten ist, so verraten doch viele seiner Arbeiten den theoretischen Denker, der mit den schwierigsten Begriffsbildungen der modernen Theorie Schritt hält. Indem er bei seinen theoretischen Überlegungen selbst auch auf das mathematische Werkzeug verzichtete, bemühte er sich, den physikalischen Gedanken der Theorie rein anschaulich und begrifflich herauszuschälen und der experimentellen Forschung zugänglich zu machen; und sein Bemühen ist oft von schönstem Erfolg gekrönt gewesen. In vieler Hinsicht ähnelt er hierin dem großen Faraday. Dabei unterschätzte er durchaus nicht den Wert des mathematischen Hilfsmittels und der mathematischen Darstellung. War er es doch auch, der bei der Ablehnung des Präsidiums der Reichsanstalt die durch den Tod Bolzmanns verwaiste Professur wiederbelebte.

Die außerordentliche Sorgfalt in der wissenschaftlichen Tätigkeit des Forschers hat Röntgen auch auf die Ausgestaltung des Praktikums und der Vorlesungen übertragen. Durch Einfügung immer neuer Versuche hielt er diese stets auf wissenschaftlicher Höhe. Vielleicht war es diese seine Gründlichkeit, die seine Vorlesung dem jungen, begeisterungsfreudigen Studenten etwas trokken erscheinen ließ; die demjenigen jedoch, der bereits mit physikalischen Kenntnissen kam, außerordentlich viel bot. Hierin äußert sich wiederum seine Eigenart als Klassiker, der eine ausgeprägte Abneigung gegen oberflächlichen, wenn auch rhetorisch vollendeten Unterricht besitzt, der den Zuhörer so leicht mit sich reißt, eine Eigenart, die er mit seinem großen Kollegen Gauß besaß.

Röntgens Arbeiten liegen auf den verschiedensten Gebieten der Physik. Im ganzen sind es 59 mehr oder weniger umfangreiche Ahhandlungen, die er der Öffentlichkeit übergab.

Schon seine ersten Arbeiten zeigen die Vorliebe für einfache, meist selbst gebaute Versuchsanordnungen, mit denen er trotz der Einfachheit Ergebnisse von großer Präzision erreichte. Seine Bestimmungen des Verhältnisses der spezifischen Wärme

der Gase bei konstantem Druck und Volumen nach der Methode von Clement und Desormes wurden in seiner Hand nach Ausmerzung der Fehlerquellen der früheren Beobachter sichere Maßbestimmungen. Für die Art Röntgens, mit den einfachsten Apparaten zu arbeiten, sind seine Arbeiten über die Absorption der Wärmestrahlen im Wasserdampf ein anderes Beispiel. Durch die Anwendung eines empfindlichen Luftthermometers konnte er diese Frage, die zu einer lebhaften Diskussion zwischen Tyndall und Magnus geführt hatte, lösen und nachweisen, daß sich feuchte Luft bei der Bestrahlung mit einer Bunsenflamme stärker erwärmt als trockene.

Seine Arbeitsweise, meist eigenhändig die Versuchsanordnung zusammenzustellen und nur im Bedarfsfalle den Mechaniker heranzuziehen, zu der er auch stets seine Schüler zu erziehen suchte, kommt zum Ausdruck in einer großen Anzahl von experimentellen Kniffen und Rezepten, die entweder in seinen Arbeiten erwähnt werden oder besonders Gegenstand kleiner Mitteilungen geworden sind. So werden noch heute schwierige Kittungen, Aneinanderlöten von Gläsern usw. nach Röntgenschen Rezepten ausgeführt.

Allgemeine Fragen der Physik berühren seine Versuche über die Bestimmung der Dicke von Ölschichten auf Wasser, die auf die Größe der Moleküle schließen lassen. Von ähnlichen Gesichtspunkten aus sind seine wundervollen Präzisionsarbeiten über die Kompressibilität der Flüssigkeiten angestellt. Nach seinen Versuchen nimmt die Kompressibilität des Wassers ab mit steigender Temperatur, die anderer Flüssigkeiten zu. Dieses anomale Verhalten des Wassers im Zusammenhang mit anderen anomalen Verhalten wie die Verminderung der inneren Reibung durch Druck, bzw. die Zunahme des Ausdehnungskoeffizienten mit dem Druck führte ihn zu der Ansicht, daß das Wasser aus zweierlei Molekülen, Wasser- und Eismolekülen besteht, was unserer heutigen Polymerisationsauffassung nahestehen dürfte.

Der Einfluß hoher Drucke auf die Eigenschaften der Körper interessierte ihn außerordentlich, weil er durch das Studium dieses Einflusses manchen wichtigen Aufschluß erhoffte. So untersuchte er die Bedeutung des Druckes auf die Leitfähigkeit von Lösungen, die Diffusion und für chemische Reaktionen. In Gemeinschaft mit Zehnder klärte er den Druckeinfluß auf den Brechungsexponenten verschiedener Körper auf. Anschließende Fragen über die Einwirkung hoher Drucke auf die innere Reibung, auf elastische Eigenschaften der Körper, auf thermoelektrische und magnetische Erscheinungen ließ er von seinen Schülern wiederholt bearbeiten. Hierhin gehört auch die schöne Arbeit Kochs über die Bestimmung von C_p/C_v bei hohem Druck und tiefer Temperatur.

Eine große Vorliebe hat Röntgen immer für die Kristalle und ihre Eigenschaften besessen. Der Kristall, der ja eigentlich den Körper als solchen charakterisiert, war für ihn die verkörperte Gesetzmäßigkeit in der Natur. Zu den Arbeiten aus der ersten Zeit seiner Forschertätigkeit gehören namentlich seine Arbeiten über die optischen Eigenschaften des Quarzes wie die Doppelbrechung im elektrischen Felde aus dem Jahre 1883; ferner die schönen Arbeiten über aktino- und piezoelektrische Eigenschaften des Quarzes. Seine Ansicht, daß die Pyroelektrizität sich auf die Wirkung elastischer Spannungen, also auf Piezoelektrizität zurückführen läßt, die auch zu einer lebhaften Auseinandersetzung mit seinem Lehrer Kundt führte, suchte er 1914 durch Untersuchungen am Turmalin weiter zu stützen.

Nach seiner großen Entdeckung widmete er seine Forschertätigkeit wiederum der Kristallphysik. Zwei umfangreiche Arbeiten, von denen die letzte erst vor zwei Jahren in der Öffentlichkeit erschien und die mit unendlicher Sorgfalt ausgeführte Untersuchungen beschreiben, zeigen, daß die Leitfähigkeit

der Kristalle (Kalkspat) nach einer Röntgenbestrahlung ansteigt, was er auf lichtelektrische Vorgänge im Innern der Kristalle zurückführt.

Die Untersuchungen über das Dichtemaximum des Cuprit und den Ausdehnungskoeffizienten des Diamanten bei tiefen Temperaturen, die 1912 in seinem Institut entstanden, waren von besonders aktuellem Interesse. Die mit der typischen, Röntgenschen Präzision ausgeführten Arbeiten zeigen, daß der Ausdehnungskoeffizient mit der Temperatur stark abnimmt und bei der Temperatur der flüssigen Luft beinahe Null wird, was als eine schöne Bestätigung des Nernstschen Wärmetheorems angesehen werden kann, zumal wenn man die thermische Eigenart des Diamanten berücksichtigt.

Wenn wir Röntgen vorhin neben seiner außerordentlichen experimentellen Begabung die Eigenschaften des theoretischen Denkers zuschrieben, so geschah dies besonders in Hinsicht auf eine Reihe von Untersuchungen, die unmittelbar von theoretischen Gesichtspunkten aus unternommen sind. Hierhin gehört vor allem die kurze, von Helmholtz der Berliner Akademie 1888 vorgelegte Arbeit über die magnetische Wirkung bewegter Dielektrika im elektrischen Felde. Die Beobachtung des Röntgenstromes, wie dieser von Röntgen entdeckte Effekt von Lorentz genannt wird, war unmittelbar durch die Faraday-Maxwellsche elektromagnetische Theorie veranlaßt. Der Röntgenstrom gehört im Verein mit dem Rowlandeffekt heute zu den Grundsteinen der modernen Theorie der Elektrizität, nach der die dielektrischen Eigenschaften der Körper auf dem Vorhandensein von elektrischen Ladungen in ihnen, den Elektronen, beruhen.

Allein diese Arbeit ist es wert, daß sein Name dauernd mit der Lehre von der Elektrizität verbunden bleibt. Wie hoch er selbst diese Entdeckung schätzt, geht aus dem Artikel Sommerfelds zu Röntgens 70. Geburtstag hervor, der sie ihn fast höher bewerten läßt als die Entdeckung der X-Strahlen wegen ihrer großen Schwierigkeit in der experimentellen Ausführung und der theoretischen Fragestellung. Wenn wir ferner hören, welch weitere Gedankengänge Röntgens sich an diese Fragen im Zusammenhange mit den Problemen der Fresnelschen Mitführung und des ruhenden Äthers knüpfen, wie er schreibt: „Es wäre mir namentlich von großem Interesse gewesen, zu erfahren, ob dasjenige Medium, in welchem die dielektrische Polarisation stattfindet, die Bewegung der ponderablen Teilchen vollständig mitmacht oder sich ähnlich wie der Lichtäther nach Fresnels Ansicht verhält. In der Tat sind die sich nach dieser Richtung eröffnenden Perspektiven zu verlockend, um nicht alles zu versuchen, was zu einem entscheidenden Resultate führen könnte. Indes blieben, wie schon gesagt, meine Bemühungen bis jetzt erfolglos", so sehen wir, wie hier die ersten Ansätze zu den Fragen auftauchen, die erst viel später zur Lorentzschen Theorie und zur Relativitätstheorie geführt haben. Nur ein ungemein tiefes Verständnis der prinzipiellen Grundgedanken konnte derartige Fragestellungen aufwerfen.

Die Arbeiten über seine große Entdeckung, die in das Jahr 1895 fällt, gehen aus dem Rahmen seiner sonstigen Arbeiten etwas heraus, insofern sie nicht die Bearbeitung eines bereits vorhandenen oder durch theoretische Überlegungen gewonnenen Problemes darstellen. Bei der Wiederholung der Lenardschen Versuche über den Austritt der Kathodenstrahlen aus dünnen Metallfolien sah er sich plötzlich der neuen Erscheinung gegenüber. Und dennoch sind die zwei kurzen Noten, die er der Würzburger physikalisch-medizinischen Gesellschaft vorlegte, Arbeiten, in denen Röntgens Persönlichkeit mit ihren wissenschaftlichen Qualitäten wie selten in anderen seiner Arbeiten hervortritt. Wir wissen heute, daß

er seine Hauptresultate monatelang vorher besessen hat, ehe er mit ihnen an die Öffentlichkeit trat. Seine Abneigung, Arbeiten voreilig abzuschließen im Verein mit dem Wunsche, das gefundene Problem möglichst erschöpfend zu behandeln, ließen die Arbeiten zu einer Vollendung reifen, die sie als wissenschaftliche Großtat erster Ordnung charakterisieren.

Mit beispielloser Vollständigkeit sind in ihnen die Eigenschaften der *X*-Strahlen, wie er sie ja nannte, untersucht.

Die Wirkung auf den Fluoreszenzschirm und andere fluoreszierende Körper sowie auf die photographische Platte, die geradlinige Ausbreitung, Nichtablenkbarkeit durch magnetische Felder, das Fehlen von Reflexion und Brechung sowie von merkbarer Beugung, die Entstehung von Sekundärstrahlen, die verschieden starke Absorbierbarkeit durch verschiedene Körper, die ungefähr, jedoch nicht völlig mit der Dichte parallel geht, das Leitendwerden der von den Strahlen getroffenen Luft, das Härterwerden der Strahlen bei mehrfacher Absorption, die Ungültigkeit des Lambertschen Emissionsgesetzes und andere mehr.

Mit so außerordentlicher Vollständigkeit waren die Eigenschaften der *X*-Strahlen, die bald auf Veranlassung des Würzburger Anatomen Kölliker den Namen Röntgenstrahlen erhielten, niedergelegt, daß trotz eifrigster Tätigkeit der physikalischen Welt in den nächsten zehn Jahren nichts wesentlich Neues darüber bekannt wurde. Erst die Entdeckung der sekundären Kathodenstrahlen durch Dorn brachte das nächste Bedeutungsvolle.

Obwohl sich Röntgen schon damals der hohen Bedeutung seiner Entdeckung auch in praktischer Hinsicht bewußt war — wir wissen es aus gelegentlich seinen Freunden gegenüber gemachten Bemerkungen — hielt er sich doch von der schnell aufblühenden Röntgentechnik fern. Seiner bescheidenen Gelehrtennatur lag es nicht, die materielle Seite seiner Entdeckung auszunutzen. Und in welchem Maße hat er durch diese Großzügigkeit des Denkens indirekt diese Entwicklung gefördert, indem er ihr keinerlei Beschränkungen durch wirtschaftliche Schutzansprüche auferlegte! Wer könnte sich heute bei der Betrachtung einer modernen Röntgenmaschine mit ihrer ungeheuren Leistungsfähigkeit des Gefühles der Bewunderung verschließen!

Während seiner weiteren wissenschaftlichen Tätigkeit hat Röntgen über seine Strahlen selbst nicht mehr unmittelbar gearbeitet. Trotzdem nahm er an der weiteren Erforschung ihrer Eigenschaften und ihres Wesens lebhaften Anteil. Durch eine Reihe von Arbeiten seiner Schüler ließ er prinzipiell wichtige Fragen untersuchen. Die Arbeiten über die Wärmewirkung bei der Absorption, über die Polarisation, und über die azimutale Intensitäts- und Härteverteilung, die in seinem Institut entstanden, brachten manche Aufklärung. Außerordentlich war sein Interesse an der Laueschen Entdeckung, die er mit gespannter Aufmerksamkeit verfolgte und durch Rat und Tat nicht unbedeutend förderte. In seinem Institut konnte auch dann E. Wagner die Folge seinen schönen Untersuchungen ausführen, die unsere Kenntnis von dem Gesetze der Emission der Röntgenstrahlen so wesentlich geklärt haben.

Es ist nicht meine Aufgabe, die Bedeutung seiner großen Entdeckung für die Wissenschaft hier ausführlich darzutun. Dazu ist die mir zugemessene Zeit zu knapp. Wer wüßte indes nicht, daß es fast keinen Wissenszweig der Naturwissenschaften und Technik gibt, in dem die Röntgenstrahlen unmittelbar und mittelbar Gegenstand der Forschung gewesen sind. Nicht nur in der Physik und Mineralogie haben sie einen gewaltigen Einfluß auf die Entwicklung der letzten Jahre gehabt; ich denke nur an unsere heutigen Anschauungen über die Atomstruktur und das Wesen der Licht-

emission, sowie an den Aufbau der Kristalle — sondern auch in der Technik. Materialprüfungen, Untersuchungen über die Struktur der Metalle, vor allem des Eisens und der Stähle mittelst Röntgenstrahlen sind außerordentlich wichtig geworden und haben zur Gründung eigener Institute geführt. Besonders ist es aber die medizinische Wissenschaft, die sich der Röntgenstrahlen nutzbar gemacht hat. Die Röntgendiagnostik ist heute außerordentlich weit ausgebaut und zu einem besonderen Wissenszweig geworden. In der Therapie haben Röntgenstrahlen seit langem ihr Bürgerrecht erworben. In vielen Krankheitsfällen bilden sie gegenwärtig schon das rationellste Heilverfahren, während sie in der Behandlung anderer Krankheiten einen wertvollen, nicht mehr entbehrlichen Heilfaktor darstellen.

Wir stehen noch lange nicht am Ende der Röntgenstrahlenära. Überall sehen wir wissenschaftliches Neuland erschlossen, das noch der Bebauung harrt. Wünschen wir, daß deutsche Wissenschaft und deutsche Forscher das Erbe Röntgens weiterhin in seinem Sinne erfolgreich verwalten.

Wem es vergönnt war, zu Röntgen in persönliche Beziehungen zu treten, der hatte das Gefühl, einem wahrhaft großem Menschen gegenüberzustehen. Schon äußerlich war er eine außerordentlich imponierende Erscheinung. Von ungewöhnlicher Größe besaß er einen ungemein feinen Gelehrtenkopf, aus dem ein ernster, fast strenger Blick hervorleuchtete. Nur selten und für kurze Augenblicke konnte seine Lippen ein leichtes Lächeln umspielen. Wie der äußere so war auch der innere Mensch groß. Lauterkeit und edle Bescheidenheit waren seine hervortretendsten Charakterzüge. Hinter seinen strengen Mienen barg sich ein tiefes Gefühlsleben, das sich bei seinem verschlossenen Wesen allerdings wohl nur so recht seinen Freunden und ihm nahstehenden Personen offenbarte.

Seine große Entdeckung hatte zur Folge, daß er mit den höchsten Auszeichnungen und Ehrungen aller Art überschüttet wurde. Als der Nobelpreis zum ersten Mal verteilt wurde, war er es auch, der ihn als erster erhielt. Dennoch blieb er in seiner tiefen Bescheidenheit der einfache Gelehrte, frei von jedem Dünkel. Freilich erfüllte ihn die immer wachsende Bedeutung seiner Entdeckung mit gewissem Stolze, und man konnte in seinen Augen zuweilen einen stillen Glücksschein beobachten, der Menschheit so Großes geboten zu haben, wenn man die Scheu vor dem großen Manne überwindend, von neuen Erfolgen seiner Strahlen besonders auf ihm etwas ferner liegenden Gebieten berichtete. Seine Natur brachte es mit sich, daß er allen feierlichen Anlässen möglichst aus dem Wege ging. Je älter er wurde, je mehr sein Name Röntgen seinen Ruhmeslauf durch die Welt nahm, desto mehr zog er sich von der Öffentlichkeit zurück zu dem größten Bedauern der physikalischen Welt. Er ist daher dem großen Kreise seiner jungen Fachgenossen meist unbekannt geblieben. Seine freie Zeit verbrachte er während seines Münchener Wirkens viel in dem schönen oberbayrischen Gebirgsstädtschen Weilheim, wo er ein reizendes Landhäuschen besaß. Hier konnte er so recht seiner großen Liebe zur Natur nachgehen, wenn er als eifriger Jäger die Gefilde durchstreifte. Hier war es auch, wo er zuweilen seine Schüler zu sich lud und ihnen Gelegenheit bot, im Gespräch oder beim fröhlichen Kegelspiel ihm menschlich näher zu kommen.

Die letzten Jahre seines Lebens trugen ein gewisses Gepräge der Vereinsamung an sich. Seine überaus geliebte Gattin wurde ihm nach langer Krankheit, während der er sie in aufopfernder Weise pflegte, 1919 durch den Tod entrissen. Als er dann im Frühjahr 1920 sein Amt niederlegte, da wurde es still um ihn, zumal auch die meisten seiner alten Freunde nicht mehr waren. Über diesen schmerzlichen Verlust

half ihm in aufopfernder, treuer Freundschaft Frau Professor Boveri, die Frau seines Würzburger Kollegen, hinweg, die bis zu seinem letzten Tage um ihn sorgte. Bis zuletzt sehen wir ihn noch geistig frisch mit seiner Wissenschaft beschäftigt. In einem Briefe, den er noch wenige Tage vor seinem Tode an seinen Freund Wölfflin berichtete, klagt er über zunehmende körperliche Beschwerden, die ihm die Laboratoriumsarbeit schwer machten. „Aber ich will noch einmal einen Anlauf nehmen", schrieb er.

Nach kurzer Krankheit erreichte ihn am 10. Februar ein sanfter Tod.

Und nun, wo er von uns gegangen ist, wo wir die Kraft seiner Persönlichkeit nicht mehr verspüren können, fühlen wir erst so recht, was er seiner Hochschule, seinem Vaterlande, ja der ganzen Menschheit gewesen ist. Ein großer Führer in seiner Wissenschaft, der in stetem Drange nach klarer Erkenntnis den Dingen auf den Grund ging, ein überragender Ritter des Geistes, der durch seine genialen Forschungen verschlossene Türen eröffnete, und durch seine große Entdeckung ein Segenspender der gesamten Menschheit. So ragt er auf vor unserem Geiste Wilhelm Conrad Röntgen, ein ganzer deutscher Mann. Seinen Leib haben die Flammen verzehrt, aber sein Werk und sein Name sind unsterblich.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Spektroskopische Magnetonenzahlen.

Von A. Sommerfeld.

In dieser Zeitschrift hat W. Gerlach[1]) kürzlich die magnetischen Momente der paramagnetischen Ionen[2]) unter dem Gesichtspunkt der räumlichen Quantelung betrachtet und im Sinne von W. Pauli[3]) auf Bohrsche Magnetonen zurückgeführt. Zu ganz denselben Resultaten ist P. Epstein[4]), von demselben Material ausgehend, gelangt. Ich möchte hier darauf aufmerksam machen, daß die neuesten spektroskopischen Ergebnisse über Multipletts zu Magnetonenzahlen führen, welche die Auffassung von Gerlach und Epstein stützen.

1) Diese Zeitschr. **24**, 275, 1923.
2) Gesichtet und vervollständigt von B. Cabrera, Journ. d. Phys. **3**, 443, 1922.
3) Diese Zeitschr. **21**, 615, 1920; vgl. auch mein Buch „Atombau und Spektrallinien", 3. Aufl., 4. Kap., § 7. Paulis Rechnung bedarf einer Korrektur, die auch von Herrn Pauli selbst bemerkt worden ist. Sie beruht darauf, daß man im Sinne der folgenden Nr. 1 zwischen geradzahligen und ungeradzahligen Termen (ungeraden oder geraden Magnetonenzahlen) unterscheiden muß. Durch Anbringung derselben wird die Übereinstimmung der Epstein-Gerlachschen Werte mit der Erfahrung im allgemeinen verbessert, wie an anderer Stelle gezeigt werden soll; vgl. auch Nr. 3 dieser Note.
4) Science, Vol. 57, Nr. 1479, Mai 1923.

1. Die inneren Quantenzahlen von Chrom und Mangan.

Die inneren Quantenzahlen von *Cr* ließen sich bereits aus den in der ersten Arbeit von M. Catalan[1]) mitgeteilten Liniengruppen bestimmen[2]). Es ergab sich zunächst ein Quintettsystem (in meiner Bezeichnung $SPD\ldots$). Eine gleichzeitige Arbeit von Frl. Gieseler[3]), zusammen mit Arbeiten von Kiess[4]) und mit der Serienordnung der *Cr*-Linien durch Catalan[5]) zeigten außerdem die Existenz eines Septettsystems[6]) ($spd\ldots$). Da allgemein die endgültige Termmultiplizität, die sogenannte „permanente Niveauzahl" $2j_s + 1$ ist, unter j_s den j-Wert des einfachen, zu $k = 1$ gehörigen Termes (S- oder s-Termes) verstanden, so ist

$j_s = 2$ beim Quintettsystem (S-Term),
$j_s = 3$ „ Septettsystem (s-Term).

Welchem von beiden Systemen der unangeregte Zustand des *Cr*-Atoms angehört, wurde zunächst

1) Phil. Trans. A. **223**, 127, 1922.
2) Ann. d. Phys. **70**, 32, 1923.
3) Ann. d. Phys. **69**, 147, 1922.
4) Science **56**, 666, 1922.
5) Anales de la Sociedad Espanola de Fisica y Chimica **21**, 84, 1923.
6) Erkannt aus seinen Interkombinationen mit dem Quintettsystem.

offen gelassen[1]). Aus der inzwischen veröffentlichten Termdarstellung Catalans folgt nun, daß der höchste Termwert der Septett-s-Term ist, nicht der Quintett-S-Term. Kennzeichnen wir also den unangeregten oder stabilsten „Grundzustand" durch Überstreichen seines j-Wertes, so gilt für Cr:

$$\bar{j}_s = 3. \qquad (1)$$

Cr gehört (VI. Kolonne des periodischen Systems) zu den Elementen von ungeradzahligem Termcharakter. Bei diesen benutzen wir zur Konstruktion[2]) der verschiedenen Terme durchweg ganze Zahlen: j, j_0, j_1 oder, wie ich sie jetzt nennen möchte: j, j_s (inneres Quantum des s-Termes), $j_a = k - 1$ (ganze Zahl, die der zum s-Zustande hinzukommenden Anregung entspricht).

Dagegen gehört Mangan (VII. Kolonne des periodischen Systems) zu den geradzahligen Termen. Hier sind von E. Back[3]) nachgewiesen Oktett-, Sextett- und Quartett-Terme. Die Kayser-Rungeschen „Triplettserien" sind in Wirklichkeit Oktettserien; die von mir mit SPD bezeichneten und als Septettsysteme vermuteten Terme gehören tatsächlich dem Sextettsystem an. Die inneren Quantenzahlen der letzteren Terme sind je um eine Einheit kleiner als die entsprechenden Terme der Kayser-Rungeschen Serien, wie schon früher[4]) aus den Interkombinationen beider Systeme geschlossen werden konnte.

Um die geradzahligen Termniveaus geometrisch zu konstruieren, benutzten wir früher[5]) zum Teil halbe Quantenzahlen. Ich habe mich inzwischen überzeugt, daß die betreffenden Figuren abzuändern[6]) sind: Man hat j und j_s halbzahlig, $j_a = k - 1$ (wie bei den ungeradzahligen Termen) ganzzahlig zu nehmen, während ich früher j_s und j_a halbzahlig, j ganzzahlig voraussetzte[1]). Die endgültige, „permanente" Zahl der Multiplizitäten ist auch hier $2j_s + 1$, woraus für Mn folgt

$j_s = {}^5/_2$ für das Sextettsystem (S-Term),
$j_s = {}^7/_2$ „ „ Oktettsystem (s-Term).

Aus dem Temperaturverhalten (Absorption, Umkehrung) ist mit Catalan zu schließen, daß der S-Term den unangeregten „Grundzustand" des MnAtoms darstellt. Wir haben also

$$\bar{j}_s = {}^5/_2. \qquad (2)$$

2. Magnetisches Moment und innere Quantenzahlen.

Landés Tabelle bzw. seine allgemeine Formel für die Aufspaltungsdifferenz (den „g-Wert") der Zeeman-Effekte bei schwachen Feldern ergibt für den s-Term aller Seriensysteme den Wert $g = 2$. Die Zeeman-Aufspaltungen selbst erhält man, unter m die magnetische Quantenzahl verstanden, aus:

$$\Delta\nu = mg\,\Delta\nu_{\text{norm}}, \quad m \leqq j, \quad \Delta\nu_{\text{norm}} = \frac{e}{\mu}\frac{H}{4\pi c}. \qquad (3)$$

Nun ist $h\Delta\nu$ die Energieänderung des betreffenden Atomzustandes im magnetischen Felde H und diese kann gesetzt werden gleich dem skalaren Produkt aus H in das magnetische Moment M des Atoms. Man muß annehmen, daß der Neigungscosinus zwischen H und M allgemein gleich m/j ist (räumliche Quantelung im Magnetfelde). Also folgt aus (3)

$$MH\frac{m}{j} = mgh\,\Delta\nu_{\text{norm}}, \quad M = gj\,\frac{e}{2\mu c}\frac{h}{2\pi}.$$

Es bedeutet aber

$$M_1 = \frac{e}{2\mu c}\frac{h}{2\pi}$$

die quantentheoretische Einheit des magnetischen Momentes („Bohrsches Magneton"). Also wird

$$\frac{M}{M_1} = gj$$

und für den s-Zustand

$$\frac{M}{M_1} = 2j_s. \qquad (4)$$

1) Vgl. Ann. d. Phys. **70**, l. c., § 10.

2) Ebenda Fig. 4a u. 4b. Die Konstruktion für die ungeradzahligen Terme geht auf W. Heisenberg zurück.

3) Zeitschr. f. Phys. **15**, 206, 1923. Der Nachweis folgt auf Grund der allgemeinen Theorie von A. Landé (Zeitschr. f. Phys. **15**, 189, 1923) aus der Struktur der anomalen Zeemaneffekte.

4) Ann. d. Phys. **70**, l. c.

5) Ebenda, § 9.

6) Ich komme hierauf an anderer Stelle zurück. Herr Landé benutzt (l. c.) in seinen den meinigen entsprechenden Figuren umgekehrt halbe Zahlen (bei ihm als J-Werte bezeichnet) für die ungeradzahligen, ganze Zahlen für die geradzahligen Terme, offenbar geleitet von seiner schönen und fruchtbaren Intervallregel. Ich werde zu zeigen haben, daß alle formalen Beziehungen der Termstruktur, sowie Landés eigene Gesetze der anomalen Zeemaneffekte (vielleicht mit Ausnahme der Intervallregel) durchsichtiger werden bei meiner Wahl der j-Werte. Vgl. auch W. Pauli, Zeitschr. f. Phys. **16**, 155, 1923, der ebenso wie ich ganze bzw. halbe j-Werte bei den ungeradzahligen bzw. geradzahligen Termen benutzt.

1) Diese Abänderung läßt natürlich die relativen Werte der inneren Quantenzahlen und ihre Kombinationsgesetze ungeändert, vermindert aber die absoluten Werte je um $1/2$. Wir erläutern dies an dem Dublettsystem der Alkalien. Nach meiner ursprünglichen Einführung der inneren Quantenzahlen war hier

$$\begin{matrix} j = 1 \ldots s, \\ 2\ 1 \ldots p, \\ 3\ 2 \ldots\ldots d. \end{matrix}$$

Dafür schreiben wir jetzt:

$$\begin{matrix} j = {}^1/_2 \ldots s, \\ {}^3/_2\ {}^1/_2 \ldots p, \\ {}^5/_2\ {}^3/_2 \ldots\ldots d. \end{matrix}$$

Das in Bohrschen Einheiten gemessene magnetische Moment des Atoms im s-Zustande ist doppelt so groß als das in Einheiten von $\frac{h}{2\pi}$ gemessene mechanische Moment. (Wir nehmen dabei nach dem Vorgange von Landé an, daß $jh/2\pi$ das gesamte Impulsmoment des Atoms in dem durch j gekennzeichneten Zustande bedeutet.)

Gl. (4) ist einer beträchtlichen Verallgemeinerung fähig. Wir betrachten statt des s-Termes irgendeine der Termreihen p, d ... und zwar dasjenige Termniveau der Reihe, welches zum maximalen Werte von j gehört. Nach den unter 1 genannten Konstruktionen[1]) entsteht j_{max} durch parallele und gleichsinnige Aneinanderlegung des Impulses j_s mit dem „Impuls" j_a der Anregung, d. h. es ist

$$j_{max} = j_s + j_a.$$

Aus den Landéschen g-Werten, die als empirisch gesichert gelten können, folgt aber durch leichte Rechnung für diesen Fall:

$$\frac{M}{M_1} = 2j_s + j_a. \qquad (5)$$

Der Impuls j_s zählt magnetisch doppelt, nicht nur im s-Terme selbst, Gl. (4), sondern in dem Maximalniveau j_{max} jeder Termreihe, Gl. (5).

In den übrigen Niveaus $j < j_{max}$ ist der Zusammenhang zwischen magnetischem und mechanischem Moment weniger einfach; wir gehen hierauf an anderer Stelle ein.

Diese Verdoppelung des mechanischen Momentes j_s, deren modellmäßige Bedeutung natürlich vorderhand im Dunkeln bleibt, scheint mir der wahre Grund der magnetooptischen Anomalien zu sein. Daß auch die magnetomechanischen Anomalien (Richardson, Einstein-de Haas, Barnett usw.) mit dem Werte $g = 2$ im s-Term zusammenhängen, hat bereits Landé hervorgehoben[2]).

Der regelmäßige Wechsel zwischen geradzahligem und ungeradzahligem spektralen Charakter im periodischen System kommt in der folgenden Feststellung zum Ausdruck: Mit jedem Schritt im periodischen System ändert sich j_s um $^1/_2$, und zwar im zunehmenden Sinne, wenn wir jeweils das Termsystem größter Multiplizität ins Auge fassen. Z. B. ist $j_s = {}^1/_2$ beim Dublettsystem der Alkalien, $j_s = 1$ beim Triplettsystem der Erdalkalien, $j_s = {}^3/_2$ bei dem (noch nicht entdeckten) Quartettsystem der Erden, ... $j_s = 3$ beim Septettsystem von Cr, $j_s = {}^7/_2$ beim Oktettsystem von Mn; wir vermuten $j_s = 4$ bei einem mutmaßlichen Nonettsystem von Fe. Diese Feststellung wird in magnetischer Hinsicht ergänzt durch die folgende: Bei jedem Schritt im periodischen System ändert sich das magnetische Moment um eine volle Einheit M_1, und zwar im zunehmenden Sinne, wenn wir jeweils denjenigen Atomzustand ins Auge fassen, der das Termsystem größter Multiplizität emittiert. Das magnetische Moment in diesem Atomzustande wird solchergestalt einfach gleich der Anzahl der Valenzelektronen oder, anders ausgedrückt: Schreiben wir jedem Valenzelektron als magnetisches Moment ein Bohrsches Magneton zu, so entspricht der maximalen Termmultiplizität diejenige Anordnung der Valenzelektronen, bei der sich ihre Magnetonen sämtlich addieren.

3. Vergleich der spektroskopischen mit den magnetisch gemessenen Magnetonenzahlen von Cr und Mn.

Im Grundzustande von Cr ist nach Gl. (1)

$$j_s = 3$$

und nach Gl. (4)

$$M = 6 \qquad (6)$$

(wir unterdrücken im Folgenden den Einheitsfaktor M_1).

Hiermit vergleichen wir das Ergebnis der magnetischen Messungen, welche nach Epstein und Gerlach bei der Paulischen Reduktion mit guter Näherung ergeben

$$\left.\begin{array}{ll} Cr^{+++} & M = 3,1 \\ Cr^{++} & M = 4. \end{array}\right\} \qquad (7)$$

Es unterliegt keinem Zweifel, daß hiernach und nach (6) bei der stufenweisen Ionisation des Cr-Atoms ein regelmäßiger Abbau um je ein Magneton stattfindet. Insbesondere dürfen wir voraussagen, daß bei Cr^+ (erstes Funkenspektrum von Cr) die spektroskopische Magnetonenzahl

$$M = 5 \qquad (7a)$$

sein wird. Das bedeutet nach Gl. (4), daß der Grundzustand von Cr^+ zu

$$j_s = {}^5/_2,$$

also zum Sextettsystem, gehören wird. Die Existenz eines Sextettsystems im Spektrum von Cr^+ kann dabei als sicher gelten, nachdem im Bogenspektrum des vorhergehenden Elementes Vanadium[1]) ein Sextettsystem aus dem Charakter seiner Zeemaneffekte einwandfrei nachgewiesen ist.

1) In der abgeänderten Landéschen Konstruktion, Zeitschr. f. Phys., l. c., würde das nicht der Fall sein.
2) Z. B. Zeitschr. f. Phys. **5**, 239, 1921.

1) O. Laporte, Naturwissenschaften 1923.

Die Genauigkeit[1]), mit der die ganzen Zahlen (7) gelten, kommt vielleicht am besten zum Ausdruck in dem von Epstein l. c. gegebenen Vergleich zwischen den beobachteten Werten der magnetischen Suszeptibilität und den aus den angenommenen Magnetonenzahlen 3 und 4 mittels der Paulischen Formel berechneten Werten. Wir ergänzen diesen Vergleich, indem wir unter „korr." diejenigen Werte mitteilen, die sich ergeben, wenn man die eingangs (Anm. 3) genannte Korrektur anbringt.

	beob.	ber.	korr.	
Cr^{+++}	5,0	4,8	5,1	$\times 10^{-4}$
Cr^{++}	7,9	7,7	8,2	

Der stufenweise Abbau der Magnetonenzahl von (6) zu (7a) und (7) ist offenbar das genaue Gegenstück zu dem stufenweisen Aufbau der Magnetonenzahl im periodischen System, den wir am Ende der vorigen Nummer schilderten.

Nicht ganz so eindeutig liegen die Verhältnisse bei Mangan. Für das neutrale Mn-Atom fanden wir in (2)

$$\overline{j_s} = {}^5/_2 \text{ (Sextettsystem)}.$$

Wir erinnern aber daran, daß daneben auch ein Oktettsystem nachgewiesen ist, also

$$j_s = {}^7/_2 \text{ (Oktettsystem)}.$$

Nach (4) ergibt sich hieraus

$$M = 5, \quad (7), \qquad (8)$$

wo die eingeklammerte Zahl nicht dem Grundzustande des Mn-Atoms zugehört, sondern derjenigen Modifikation, welche das Oktettsystem emittiert.

Aus den Tabellen von Epstein und Gerlach entnehmen wir als reduziertes Ergebnis der magnetischen Messungen an den Mn-Ionen:

$$\begin{matrix} Mn^{+++} & M = 4? \\ Mn^{++} & M = 5. \end{matrix} \qquad (9)$$

Die Zahl 4 bei Mn^{+++} ist nicht sehr sicher; sie wird aber gestützt durch eine allgemeine auf Kossel zurückgehende Beziehung[2]), nach der Mn^{+++} dieselbe Magnetonenzahl wie Cr^{++}, also in der Tat $M = 4$ haben sollte.

Die Zahlen (9) scheinen für Mn^{+} auf $M = 6$, für Mn auf $M = 7$ hinzuweisen, also nicht auf den Grundzustand, sondern auf die weniger stabile Modifikation, die zum Oktettsystem gehört. Daß die Zahlen (9) aber auch mit $M = 5$ wohl vereinbart werden können, wollen wir uns folgendermaßen zurechtlegen:

Bei der Oktettmodifikation des neutralen Mn-Atoms sind die Elektronenbahnen so angeordnet, daß sich die Magnetonen aller 7 Valenzelektronen additiv zusammensetzen. Der Grundzustand entsteht aber, wenn nur 6 dieser Magnetonen sich addieren, das 7. subtraktiv hinzutritt. Wenn beim Abbau durch Ionisation dieses letzte Elektron und noch ein weiteres entfernt wird, so entsteht aus dem Grundzustande mit $M = 5$ ein Mn^{++}-Ion mit wiederum $M = 5$ und bei weiterem Abbau ein Mn^{+++}-Ion mit $M = 4$.

Ähnliche Verhältnisse haben wir z. B. beim Ca-Atom. Der Grundzustand desselben (S-Term) hat $j_s = 0$, $M = 0$; das Ca^{+}-Ion, das dem neutralen Kalium analog ist, muß $M = 1$, das Ca^{++}-Ion, das dem neutralen Argon entspricht, $M = 0$ haben. Auch hier kann man sagen, daß die Ca-Ionen in ihrem magnetischen Verhalten ($M = 0$ für Ca^{++}, $M = 1$ für Ca^{+}) nicht auf den Grundzustand $M = 0$, sondern auf diejenige Modifikation des Ca-Atoms hinweisen, die die höchste Multiplizität, hier die Tripletterme, emittiert. Für diese ist in der Tat $j_s = 1$, $M = 2$.

Die spektrale Untersuchung des Mn^{+}-Ions ist von Catalan und Back begonnen. Von den beiden fundamentalen Tripletts, die Back (l. c.) auf ihre Zeemaneffekte hin untersucht hat, gehört das eine dem Quintett-, das andere dem Septettsystem an. Es wird sehr interessant sein, festzustellen, welchem von beiden Systemen der Grundzustand des Mn^{+}-Atoms zugehört, d. h. ob der Übergang von Mn^{++} ($M = 5$) zu Mn ($M = 5$) über $M = 6$ oder $M = 4$ bei Mn^{+} erfolgt.

Außer auf spektroskopischem Wege wurden die magnetischen Momente neutraler Atome direkt durch die Versuchsanordnung von Stern und Gerlach bestimmt. Wir wollen hier nur kurz darauf hinweisen, daß die bisherigen Versuchsergebnisse dieser Forscher mit unseren spektroskopischen Gesichtspunkten in Einklang sind, bzw. was wir bei ihrer Ausdehnung auf Cr und Mn zu erwarten haben.

Beim Ag-Atom oder den Alkalien ist nach unserer Zählung $\overline{j_s} = {}^1/_2$, $M = 1$. Dies entspricht dem ersten Ergebnis jener Versuche. Beim Cd-Atom oder den Erdalkalien gilt für den S-Term $\overline{j_s} = 0$, $M = 0$. Auch dies scheint durch neuere Versuche von Herrn Stern bestätigt zu sein. Beim neutralen Cr-Atom ist $j_s = 3$, $M = 6$. Bei paralleler oder antiparalleler

1) Aus einem inzwischen eingetroffenen Briefe von Herrn B. Cabrera entnehme ich, daß dieser für die vorliegende Frage besonders kompetente Forscher die Übereinstimmung der von Epstein und Gerlach berechneten mit den beobachteten Werten nicht für ausreichend ansieht. Trotzdem ich glaube, daß die von uns beigebrachten spektroskopischen Zahlen eine starke Stütze für den Epstein-Gerlachschen Standpunkt bedeuten, bitte ich den Leser, die unten gezogenen Schlußfolgerungen nur als meine persönliche Überzeugung anzusehen, die der weiteren experimentellen Prüfung bedarf.

2) Ann. d. Phys. **49**, 261, 1916.

Orientierung im Felde erwarten wir hier eine Ablenkung, die dem Momente von ± 6 Magnetonen entspricht. Es sind aber auch Orientierungen schief zu den magnetischen Kraftlinien möglich, die zu Ablenkungen ± 4, $\pm 2{,}0$ Anlaß geben, entsprechend einem Neigungscosinus

$$\frac{m}{j_s} = \pm\frac{2}{3}, \pm\frac{1}{3}, 0.$$

Wir erwarten also hier einen mittleren unabgelenkten und beiderseits drei äquidistante Schwärzungsstreifen, der mittlere entsprechend der zum Felde senkrechten Orientierung des magnetischen Momentes, die beiden äußersten entsprechend der parallelen und antiparallelen Orientierung. Beim neutralen Mn-Atom (Sextettsystem, $j_s = {}^5/_2$, $M = 5$) haben wir dagegen keinen unabgelenkten, sondern beiderseits drei abgelenkte Streifen ± 1, ± 3, ± 5 zu erwarten. Der Unterschied zwischen Cr und Mn kennzeichnet dabei den Unterschied zwischen ungeradzahligen und geradzahligen Termen und spiegelt zugleich, unmittelbarer als es selbst im anomalen Zeemaneffekte der Fall ist, die anomalen magnetischen Energieniveaus ihrer Grundterme im Sinne der Gl. (3) wieder.

4. Schlußfolgerungen.

a) Das Hauptergebnis dieser und der vorangehenden Betrachtungen von Pauli, Epstein und Gerlach sehen wir darin, daß nunmehr das Rätsel des Magnetons gelöst zu sein scheint. Die Weißsche Einheit des magnetischen Momentes hat sich, wie schon lange vermutet, als scheinbar, die quantentheoretische Einheit als real herausgestellt. Die ganzen Zahlen, die Epstein und Gerlach nach der Paulischen Vorschrift berechnen, finden eine Stütze in den inneren Quantenzahlen der inzwischen geordneten Cr- und Mn-Spektren.

b) Die Aufeinanderfolge der Magnetonenzahlen 3, 4, ., 6 bei Cr und 4, 5, ., 5 (7) bei Mn sprechen für den stufenweisen Aufbau der Elemente im periodischen System, so zwar, daß das magnetische Moment stets um eine volle Einheit, das mechanische Moment bzw. die ihm entsprechende innere Quantenzahl stets um eine halbe Einheit fortschreitet. Die hierdurch ausgedrückte doppelte magnetische Wirkung des mechanischen Momentes j_s scheint der eigentliche Grund der magnetooptischen sowie der magnetomechanischen Anomalien zu sein.

c) Die von Epstein und Gerlach berechneten ganzen Magnetonenzahlen der Ionen zeigen, daß die räumliche Quantelung sich behauptet trotz der Störungen und Zusammenstöße, wie sie in Lösungen vorkommen müssen. Die quantenmäßige Einstellung muß also schneller vor sich gehen als die Störungen aufeinanderfolgen. Von da aus gewinnt auch die Paulische These an Verständlichkeit, wonach in den Gasen O_2 und NO selbst bei verhältnismäßig hohen Gasdrucken volle quantenmäßige Orientierung herrscht.

d) Bei den geradzahligen Termen sind die von mir früher angegebenen j-Werte je um eine halbe Einheit herunterzusetzen; die zu ihrer geometrischen Konstruktion dienende Figur ist abzuändern. Bei den ungeradzahligen Termen dagegen bleiben die früher angegebenen j-Werte und ihre Konstruktion ungeändert.

e) Auch für die Versuche von Stern und Gerlach ergeben unsere Betrachtungen nützliche Fingerzeige.

(Eingegangen 15. August 1923.)

Über die Oberflächenenergie der Kristalle und die Kristallformen.

Von Mituo Yamada.

1. Einleitung.

Vor einigen Jahren haben Born und Stern eine Arbeit[1]) veröffentlicht, in welcher die Beziehung zwischen der Oberflächenenergie der Kristalle der Alkali-Halogenverbindungen und ihren kubischen Kristallformen untersucht wurde. Nach dem Gesetze der Thermodynamik hat ein im Gleichgewichtszustande befindlicher Kristall eine Gestalt, die der geringsten gesamten Oberflächenenergie entspricht. Doch sind die Energien pro Flächeneinheiten verschiedener Flächen je nach der Orientierung verschieden. Daher kann eine große Oberflächenenergie enthaltende Fläche keine Kristalloberfläche bilden. Bezeichnet man die Oberflächenenergie pro Flächeneinheit mit σ und den Flächeninhalt der betreffenden Oberfläche mit F, so wird die Bedingung für das thermodynamische Gleichgewicht durch folgende Gleichung gegeben:

$\Sigma \sigma F =$ Minimum für ein konstantes Volumen,

wobei die Summe sich über die ganze Oberfläche erstreckt.

Die Wulffsche Lösung[2]) dieses Minimalproblems lautet folgendermaßen: Aus einem Punkt, d. i. dem Wulffschen Mittelpunkt, zieht

1) M. Born u. O. Stern, Sitzungsber. d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. (1919), 901.

2) G. Wulff, Ztschr. f. Kristallogr. **34**, 449, 1901. Vgl. auch P. Ehrenfest, Ann. d. Phys. **48**, 360, 1915, in welcher ein vollständiges Literaturverzeichnis gegeben ist.

man viele Gerade in allen möglichen Richtungen und schneidet jede Gerade proportional der Oberflächenenergie pro Flächeneinheit der zu der Geraden senkrechten Fläche ab; konstruiert man an den dadurch erzeugten Endpunkten die zu den Geraden senkrechten Ebenen, so stellt das innerste von diesen Ebenen umhüllte Polyeder die im Gleichgewicht befindliche Kristallform dar.

Born und Stern haben die Oberflächenenergie der Kristalle von der Steinsalzklasse aus der elektrostatischen Wirkung und der gegenseitigen Abstoßung der Ionen berechnet, die sich in zwei ineinander eingreifende flächenzentrierte kubische Raumgitter verteilen. Wenn man einen Kristall durch eine Ebene P schneidet, so ist eine Arbeit erforderlich, um beide Teile gegen ihre elektrostatische Anziehung abzutrennen, und die dieser Arbeit entsprechende Energie ist somit die Oberflächenenergie der neuen, durch diese Schneidung erzeugten Flächen. Die Oberflächenenergie pro Flächeneinheit ist dann gleich einer Hälfte der Arbeit pro Flächeneinheit der Schnittebene P. Wenn die gegen-

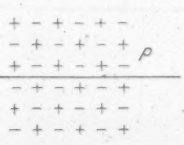


Fig. 1.

seitige Energie beider Teile durch U ausgedrückt wird, so ist die Arbeit selbstredend $-U$ und folglich

$$\sigma = -\frac{U}{2F}.$$

Born und Stern haben σ für die Flächen $(1,0,0)$ und $(1,1,0)$ berechnet und dadurch verstehen gelehrt, daß die Fläche $(1,1,0)$ wegen ihrer zu großen Oberflächenenergie in der Gleichgewichtsform des Kristalles nicht auftreten kann. Dieselben Autoren haben jedoch in ihrer Arbeit die Oberflächenenergie anderer Flächen nicht berechnet. Und es ist auch noch nicht bewiesen, daß σ wirklich einen Minimalwert an der Fläche $(1,0,0)$ hat, sowie daß für die andere Fläche (h,k,l) die Formel

$$\sigma_{h,k,l} > \frac{h+k+l}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}} \qquad (1)$$

gilt.

2. Berechnung der Oberflächenenergie anderer Flächen des Steinsalzkristalles.

Wir betrachten zunächst den Wulffschen Würfel des Steinsalzkristalles und stellen uns eine ebene Fläche vor, die gegen die Fläche $(1,0,0)$, A ein wenig geneigt ist, a und p sind die auf diese Flächen von dem Wulffschen Mittelpunkt o gezogenen Normalen. Wir bezeichnen mit Θ den von diesen beiden Normalen

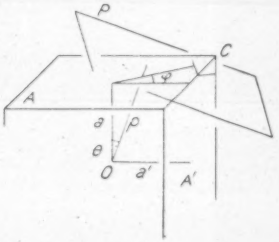


Fig. 2.

gebildeten Winkel, der die Neigung von P darstellt. Die von a und p bestimmte Ebene bildet einen Winkel φ mit der von a und a' bestimmten, wobei a' die auf die Fläche $(0,1,0)$, A' gezogene Normale ist. Diesen Winkel nennen wir „Azimut" der Neigung der Fläche P. Für die Entstehung des kubischen Kristalles muß p so groß sein, daß die Würfelecke C unter der Ebene P liegt. Daher muß

$$p > a(\cos\Theta + \sin\Theta\cos\varphi + \sin\Theta\sin\varphi), \qquad (2)$$

d. h.

$$\sigma_{\Theta\varphi} > \sigma_0(\cos\Theta + \sin\Theta\cos\varphi + \sin\Theta\sin\varphi), \qquad (2')$$

wo $\sigma_{\Theta\varphi}$ und σ_0 die Oberflächenenergien der Flächen P und A sind.

Ohne Zweifel ist die ein wenig geneigte Fläche als eine Treppe aus $(1,0,0)$-Flächen anzusehen, wie in Fig. 3 gezeigt ist. Die Höhe

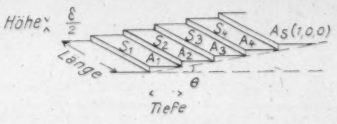


Fig. 3.

jeder Stufe einer derartigen Treppe gleicht der Entfernung $\frac{\delta}{2}$ zweier nahe aneinander grenzenden $(1,0,0)$-Atomschichten, und die Tiefe hängt von der Neigung Θ ab. Die Zahl der in Höheneinheit enthaltenen Stufen ist $\frac{2}{\delta}$ und die Zahl in der Tiefeneinheit ist daher

$$N = \frac{2}{\delta}\operatorname{tg}\Theta. \qquad (3)$$

Es ist auch klar, daß eine jede Stufe mit einer bestimmten Energiemenge versehen ist, die der von Born und Stern berechneten Kantenenergie ähnlich ist und als „Stufenenergie" der betreffenden Stufe bezeichnet werden dürfte. Man kann also die Oberflächenenergie der geneigten Fläche als Summe der Oberflächenenergien der $(1,0,0)$-Flächen $A_1, A_2, \ldots$ und der Stufenenergien der Stufen $S_1, S_2, \ldots$ betrachten. Die Stufe läuft, gemäß ihrem Azimut φ, in verschiedenen Richtungen in der $(1,0,0)$-Ebene. Hier bezeichnen wir mit χ_φ die Stufenenergie pro Längeneinheit der dem Azimut φ entsprechenden Stufe.

Die Energie pro Flächeneinheit der geneigten Fläche ist folglich

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{\Theta\varphi} &= (\sigma_{1,0,0} + \frac{2}{\delta}\operatorname{tg}\Theta\chi_\varphi)\cos\Theta \\ &= \sigma_{1,0,0}\cos\Theta + \frac{2}{\delta}\chi_\varphi\sin\Theta.\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Hier ist der Faktor $\cos\Theta$ deshalb eingeführt, weil der Flächeninhalt der geneigten Flächen größer ist als der entsprechende Teil der Grundfläche $(1,0,0)$ im Verhältnis von $\frac{1}{\cos\Theta}$, wobei wir die Oberflächenenergie pro Flächeneinheit der geneigten Fläche zu berechnen haben. Die Bedingung (2) nimmt daher die Form

$$\left.\begin{aligned}&\sigma_{1,0,0}\cos\Theta + \frac{2}{\delta}\chi_\varphi\sin\Theta \geq \\ &\geq \sigma_{1,0,0}(\cos\Theta + \sin\Theta\cos\varphi + \sin\Theta\sin\varphi)\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

an. Nun wollen wir den Wert von χ zunächst berechnen für den Fall $\varphi = 0$.

Wir betrachten einen großen kubischen Steinsalzkristall, den wir durch eine gestufte Fläche $ACDB$ schneiden. Die für diese Schneidung erforderliche Arbeit ist von der einer ebenen Fläche $A'DB$ entsprechenden Schneidungsarbeit verschieden. Man kann dieses Schneidungsverfahren in zwei Operationen zerlegen. Zuerst schneiden wir den Kristall durch die Ebene $A'DB$, um dann eine halbe Atomschicht $ACDA'$ vom oberen zum unteren Teil überzutragen. Bei der letzten Operation ist die Beziehung zwischen der Halbschicht $ACDA'$ und dem oberhalb ACB' liegenden Teile symmetrisch mit der zwischen der Halbschicht und dem unterhalb $A'DB$ liegenden Teile. Die

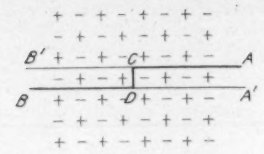


Fig. 4.

einzige energetische Änderung besteht in der Beziehung zwischen beiden Halbschichten $ACDA'$ und $B'CDB$. Bei dieser Übertragung ist die äußere Arbeit dazu gebraucht, die Atomschicht $AB'BA'$ in zwei Teile, $ACDA'$ und $B'CDB$, zu zerlegen, und die entsprechende Energie verwandelt sich sonach in die Stufenenergien der auf beiden Seiten erzeugten Stufen. Daher ist die zweifache Stufenenergie gleich der negativen gegenseitigen Energie pro Längeneinheit der Stufe. Daraus ergibt sich

$$\chi = -\frac{U_{AB}}{2L},$$

wo U_{AB} die gegenseitige Energie der zwei Halbschichten und L die Länge der Stufe bedeutet. Man kann die gegenseitige Energie zwischen den Halbschichten durch eine der Bornschen und Sternschen Berechnung ähnliche Methode berechnen.

Wir stellen uns nun eine große Zahl positiver und negativer Ionen vor, die sich in $(x-y)$-Ebenen auf die Punkte, deren jede Koordinate ein ganzes Vielfaches von $\frac{\delta}{2}$ ist, abwechselnd verteilen. Dann berechnen wir die gegenseitige Energie der an den Punkten

$$x = m\frac{\delta}{2} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$
$$y = 0$$

liegenden Ionen in bezug auf die Ionen an den Punkten

$$x = -l_1\frac{\delta}{2} \qquad l_1 = 0, 1, 2, 3 \ldots$$
$$y = l_2\frac{\delta}{2} \qquad l_2 = 0, 1, 2, 3, \ldots$$
$$-1, -2, -3, \ldots$$

Diese Energie u ist durch die Formel

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \mathrm{S}_{l_1=0}^{\infty} \mathrm{S}_{l_2=-\infty}^{\infty} \left\{ + e^2\left(\frac{\delta}{2}\right)^{-1}[(l_1+m)^2 + l_2^2]^{-\frac{1}{2}} + b\left(\frac{\delta}{2}\right)^{-n}[(l_1+m)^2 + l_2^2]^{-\frac{n}{2}} \right| \quad (6)$$

darstellbar. Bei dem Doppelzeichen nehmen wir das positive, wenn

$l_1 + l_2 + m$ gerade ist,

und das negative, wenn

$l_1 + l_2 + m$ ungerade ist.

Hier nehmen wir nach Born und Stern

an[1]), daß die gegenseitige Potentialenergie zweier Ionen durch

$$\pm\frac{e^2}{r}+\frac{b}{r^n}$$

dargestellt ist, wo r die Entfernung zwischen den Ionen bedeutet und e ihre Ladung. b ist der Koeffizient der Abstoßungswirkung und dieser ist einfachheitshalber für alle Ionenpaare als derselbe anzusehen[2]). n ist auch gleich 9 gesetzt. Die Energie u ist die pro Länge $\frac{\delta}{2}$ der Trennungslinie berechnete gegenseitige Energie der zwei Halbschichten. Daher pro Längeneinheit berechnet

$$\frac{U_{AB}}{L}=\frac{2}{\delta}u.$$

Daraus folgt, daß

$$x=-\frac{U_{AB}}{2L}=-\frac{u}{\delta}$$

$$=-\frac{1}{\delta}\sum_{m=1}^{\infty}\mathop{\mathrm{S}}_{l_1=0}^{\infty}\mathop{\mathrm{S}}_{l_2=-\infty}^{\infty}\left\{+e_2\left(\frac{\delta}{2}\right)^{-1}[(l_1+m)^2+l_2^2]^{-\frac{1}{2}}+b\left(\frac{\delta}{2}\right)^{-n}[(l_1+m)^2+l_2^2]^{-\frac{n}{2}}\right\}. \quad (7)$$

Nach Madelung[3]) ist die gegenseitige elektrostatische Energie zwischen einer abwechselnden Ionenreihe und einem isolierten Ion, das eine Entfernung r von einem Glied der genannten Ionenreihe in einer Richtung senkrecht zu der Ionenreihe hat, durch die Formel

$$\Phi(r)=\pm\frac{8e^2}{\delta}\sum_{q=1}^{\infty}{}'K_0\left(\frac{2\pi q}{\delta}r\right)$$

$q=1,3,5,\ldots$ ungerade

ausgedrückt. Setzt man in r ganze Vielfache von $\frac{\delta}{2}$ und beachtet man, daß der Fall von

$$r=m\frac{\delta}{2}$$

sich m-mal wiederholt, so ist das erste Glied von (7) gleich

$$-\frac{1}{\delta}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m\frac{8e^2}{\delta}m\sum_{q=1}^{\infty}{}'K_0\left(\frac{2\pi q}{\delta}m\left(\frac{\delta}{2}\right)\right)=$$

$$=-\frac{8e^2}{\delta^2}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{q=1}^{\infty}{}'(-1)^m mK_0(\pi q m).$$

Durch numerische Rechnung erhalten wir

$$-\frac{2e^2}{\delta^2}(-0{,}115).$$

In dem zweiten Gliede kann man die Abstoßungskonstante b durch e und δ ausdrücken. Nach der Bornschen Rechnung ist

$$b=\frac{\alpha e^2}{8nS}\left(\frac{\delta}{2}\right)^{n-1}, \quad (8)$$

wo α das Madelungsche elektrostatische Potential 13,94 bedeutet und S die Summe

$$S=\mathop{\mathrm{S}}_{l_1l_2l_3}(l_1^2+l_2^2+l_3^2)^{-\frac{n}{2}}=6.627.$$

$l_1l_2l_3$ sind alle ganze Zahlen oder Null.

Die Summe

$$s'=\Sigma\mathrm{S}\mathrm{S}[(l_1+m)^2+l_2^2]^{-\frac{n}{2}}$$

kann man unmittelbar berechnen und so erhält man

$$s'=1+\frac{2}{\sqrt{2^n}}+\frac{1}{\sqrt{4^n}}+\ldots=1{,}09.$$

Also ist das zweite Glied

$$-\frac{\alpha e^2 s'}{4nS\delta^2}=-\frac{13{,}94\cdot 1{,}09}{4\cdot 9\cdot 6{,}627}\frac{e^2}{\delta^2}=-0{,}063\frac{e^2}{\delta^2}.$$

Daher erhalten wir die Formel:

$$\chi_0=(2\cdot 1{,}115-0{,}063)\frac{e^2}{\delta^2}=0{,}166\frac{e^2}{\delta^2}. \quad (9)$$

Der von Born und Stern berechnete Wert von $\sigma_{1,0,0}$ ist

$$\sigma_{1,0,0}=0{,}1166\frac{e^2}{\delta^2}.$$

Daher nach (4)

$$\sigma_{\Theta 0}=(0{,}1166\cos\Theta+2\cdot 0{,}166\sin\Theta)\frac{e^2}{\delta^3}.$$

Also

$$\sigma_{\Theta 0}>\sigma_0(\cos\Theta+\sin\Theta). \quad (10)$$

Daher ist die Bedingung (2) befriedigt.

Wir müssen aber hier einen Umstand bemerken, den wir bis jetzt noch nicht berücksichtigt haben. Wenn man nämlich zwei einander nahe liegende parallele Stufen betrachtet, dann ist die Energie dieser zwei Stufen nicht gleich der zwei voneinander ganz entfernten Stufen entsprechenden Energie. Schneidet man den Kristall durch die zweimal gestufte Fläche $ACDEFB$, so ist dieses Verfahren gleich zwei Operationen: die Schneidung durch eine einmal

1) Die vorliegende Arbeit ist unter genau den nämlichen Voraussetzungen wie die der Born- und Sternschen ausgeführt worden. Wir haben die in der Nähe der Oberflächen entstehenden Deformationen des Kristallgitters außer acht gelassen. In unserem Falle ist die Temperatur absolut Null und das umgebende Medium ist das Vakuum.

2) l. c.

3) E. Madelung, diese Zeitschr. 19, 524, 1918.

gestufte Fläche $A'EFB$ und die Übertragung einer Halbschicht $ACDA'$ vom oberen zum unteren Teile. Bei letzter Übertragung ist eine

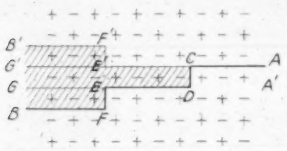


Fig. 5.

Energiemenge erforderlich, um die Halbschicht $ACDA'$ von dem schraffierten Teile abzutrennen. Diese Energie ist nicht gleich derjenigen Energie, welche eine isolierte Stufe zu liefern vermag. Ihre Differenz wird gebraucht, die Halbschicht $ACDA'$ von den zwei Halbschichten $BFEG$ und $B'F'E'G'$ abzutrennen. Dieser Überschuß rührt von der Präexistenz der Stufe EF her. Man kann eine Hälfte dieser Energie vorläufig „gegenseitige Energie" zweier paralleler Stufen nennen[1]).

Wir ersehen aber durch praktische Rechnung, daß in unserem Falle diese gegenseitige Energie sehr klein ist, bis zu dem Grenzfalle, wo $ED = \frac{\delta}{2}$ ist. In dem Falle, wo $\vartheta = \frac{\pi}{4}$, erhält man durch unsere Berechnung

$$\sigma_{\frac{\pi}{4},0} = 0{,}317\,\frac{\varepsilon^2}{\delta^3}.$$

Die geneigte Fläche in diesem Falle, wo

$$\vartheta = \frac{\pi}{4}\ \varphi = 0,$$

ist die Fläche $(1,1,0)$. Der von Born und Stern erhaltene Wert von $\sigma_{1,1,0}$ ist

$$\sigma_{1,1,0} = 0{,}3154\,\frac{\varepsilon^2}{\delta^3}.$$

Diese Übereinstimmung zeigt uns ohne weiteres die Kleinheit der gegenseitigen Energie der Stufen an.

Bis jetzt haben wir den Fall $\varphi = 0$ betrachtet. Wie in den vorhergehenden Betrachtungen können wir auch hier die einem Azimut φ entsprechende Stufe ST als eine zickzackförmige Stufe $IJKLMN\ldots$ ansehen. Die Energie jedes Knickes ε ist die eine Hälfte der Energie, die eine lineare, abwechselnde Ionenreihe in zwei Teile zu schneiden erforderlich ist. Die Stufenenergie von AB ist nichts anderes als die Summe der Stufenenergien der Teilstufen

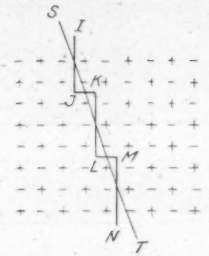


Fig. 6.

$IJ, KL, MN, \ldots$ und der Energien der Knicke $JK, LM, \ldots$

Ohne Zweifel ist ε positiv und daher ist χ_φ größer als χ_0. Der berechnete Wert von χ_0 ist so groß, daß, auch wenn χ_φ gleich χ_0 ist, die Bedingung (2) befriedigt ist. Daher ist (2) für alle ϑ und φ befriedigt[1]).

3. Polyedrische Gestalt der Kristalle.

Wir können den oben beschriebenen Gedankengang noch in allgemeiner Weise auch für andere Kristalle anwenden[2]). Im großen Ganzen kann die Stufenenergie nicht null sein, und man kann die Oberflächenenergie in der Form (4) ausdrücken.

Die Betrachtung eines schiefwinkligen Gitters[3]) bietet einige Schwierigkeiten, die man aber in folgender Weise überwinden kann. Wir stellen uns z. B. ein großes Kristallstück vor, das an der linken und rechten Seite durch zwei parallele Gitterflächen begrenzt wird. Es sei ferner angenommen, daß dieses Kristallstück

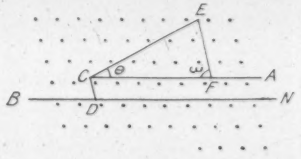


Fig. 7.

schon durch eine Ebene AB geschnitten ist. Dann übertragen wir eine Halbschicht $ACDA$ vom oberen zum unteren Teile. Eine Hälfte der für diese Übertragung erforderlichen Energie

1) Anhang I.

1) Anhang II.

2) Der Einfachheit halber behandeln wir hier die Probleme als zweidimensional. Anhang III.

3) Anhang III, i.

gehört der Stufe CD an. Man kann eine beliebig geneigte Fläche durch eine Anhäufung derartiger Stufen bilden. Die Oberflächenenergie dieser Fläche ist die Summe der Oberflächenenergie der Grundfläche AB und der Stufenenergie aller Stufen. Daher

$$\sigma_\Theta CE = \sigma_0 CF + N\chi,$$

wo N die Zahl der in CE enthaltenen Stufen ist und wo χ die Stufenenergie einer jeden Stufe, d. h. eine Hälfte der Energie bedeutet, die zur Teilung einer Atomschicht in zwei Halbschichten erforderlich ist. Wir berücksichtigen, daß die Flächeninhalte CE und CF derart miteinander verknüpft sind, wie

$$\frac{CF}{EF} = \frac{\sin(\pi - \omega - \Theta)}{\sin\Theta}, \quad \frac{CE}{EF} = \frac{\sin\omega}{\sin\Theta},$$

wo ω den Winkel zwischen den Gitterachsen bedeutet. Dann erhalten wir die Formel

$$\sigma_\Theta EF\frac{\sin\omega}{\sin\Theta} = \sigma_0 EF\frac{\sin(\omega+\Theta)}{\sin\Theta} + N\chi.$$

Wenn wir CD mit δ und EF mit $N\delta$ bezeichnen, so erhalten wir die Gleichung:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_\Theta &= \sigma_0\frac{\sin(\omega+\Theta)}{\sin\omega} + \chi\frac{\sin\Theta}{\delta\sin\omega} = \\ &= \sigma_0\cos\Theta + \sigma_0\operatorname{ctg}\omega\sin\Theta + \frac{\chi}{\delta\sin\omega}\sin\Theta.\end{aligned}\right| \quad (11)$$

Diese können wir in der Form

$$\sigma_\Theta = \sigma_0\cos\Theta + X\sin\Theta$$

schreiben, wo

$$X = \sigma_0\operatorname{ctg}\omega + \chi\frac{1}{\delta\sin\omega}$$

dem Wert $\frac{2\chi}{\delta}$ in Formel (4) entspricht.

Nun betrachten wir die Formel

$$\sigma_\Theta = \sigma_0\cos\Theta + X\sin\Theta, \quad (12)$$

wobei σ_0 die Oberflächenenergie der Grundfläche A, und σ_Θ die der geneigten Fläche P bedeutet. O ist der Wulffsche Mittelpunkt. $OE = a$ und $OE = p$ sind die von O auf A und P gezogenen Normalen und stellen beziehungsweise σ_0 und σ_Θ dar. C ist die Schnittlinie von A und P. Man sieht sogleich aus der Figur

$$p = a\cos\Theta + EC\sin\Theta.$$

Vergleicht man diese Formel mit (12), so erhält man

$$EC = X.$$

Da X von Θ unabhängig ist, wenn Θ nicht groß ist, ist die Fläche EC eine vollkommene Ebene, und an E bildet sich eine scharfe Kante. Der Wert von σ wird von einem durch OEC beschriebenen Kreisbogen dargestellt.

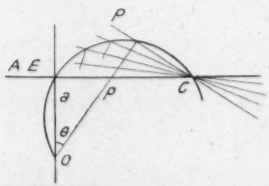


Fig. 8.

In dem Falle, wo Θ groß ist, müssen wir die gegenseitige Energie der Stufen unbedingt berücksichtigen[1]). Wir stellen uns eine Fläche vor, die eine Neigung

$$\Theta_1 = \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{m}$$

hat, wo m eine positive ganze Zahl ist. In diesem Falle haben alle Stufen gleich große Tiefe $m\delta$. Ähnlicherweise haben im Falle der Neigung

$$\Theta_2 = \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{m-1}$$

alle Stufen die Tiefe $(m-1)\delta$. Wenn man sich die einer Neigung entsprechende Fläche vorstellt, wobei

$$\Theta_1 < \Theta < \Theta_2$$

ist, so besteht die Fläche aus einer gemischten Anhäufung dieser zwei Arten der Stufen. Liegt Θ näher Θ_1 als Θ_2, so erscheint die Tiefe $m\delta$

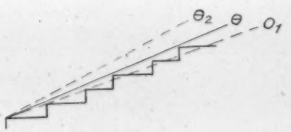


Fig. 9.

häufiger als die Tiefe $(m-1)\delta$. Man kann leicht sehen, daß die Zahl der Tiefe $(m-1)\delta$ pro Höheneinheit

$$\frac{1}{\delta}(\operatorname{ctg}\Theta_1 - \operatorname{ctg}\Theta)$$

ist und dementsprechend dieselbe pro Tiefeneinheit

$$\frac{1}{\delta}(\operatorname{ctg}\Theta_1 - \operatorname{ctg}\Theta)\operatorname{tg}\Theta$$

ist.

1) Hier beschränken wir unsere Betrachtungen auf den einfachsten Fall des kubischen Gitters. Einen allgemeineren Fall zu behandeln ist nur mühsam, aber nicht besonders verschiedenartig.

Wir bezeichnen mit N_m die Zahl der Tiefe $m\delta$ pro Tiefeneinheit, und mit μ_m die gegenseitige Energie zweier Stufen, die durch eine Tiefe $m\delta$ voneinander getrennt sind. Anstatt der Formel (12) erhalten wir

$$\sigma_\Theta = (\sigma_0 + NX + N_m\mu_m + N_{m-1}\mu_{m-1})\cos\Theta,$$

wo

$$N_m + N_{m-1} = N = \frac{1}{\delta}\operatorname{tg}\Theta$$

und

$$N_{m-1} = \frac{1}{\delta}(\operatorname{ctg}\Theta_1 - \operatorname{ctg}\Theta)\operatorname{tg}\Theta = \frac{1}{\delta}(m\operatorname{tg}\Theta - 1),$$

so daß

$$N_m = \frac{1}{\delta}(\operatorname{tg}\Theta + 1 - m\operatorname{tg}\Theta).$$

ist. Also

$$\sigma_\Theta = \left[\sigma_0 + \frac{1}{\delta}\operatorname{tg}\Theta X + \frac{1}{\delta}\{1 - (m-1)\operatorname{tg}\Theta\}\mu_m + \frac{1}{\delta}(m\operatorname{tg}\Theta - 1)\mu_{m-1}\right]\cos\Theta.$$

Diese Gleichung können wir in die Form

$$\sigma_\Theta = \Sigma\cos\Theta + X\sin\Theta \qquad (13)$$

umschreiben, wenn wir

$$\Sigma = \sigma_0 + \frac{1}{\delta}(\mu_m - \mu_{m-1})$$

$$X = -\frac{1}{\delta}\{(m-1)(\mu_m + \chi) - m(\mu_{m-1} + \chi)\}$$

setzen.

Die einer Neigung zwischen Θ_1 und Θ_2 entsprechende Fläche geht daher immer durch eine bestimmte Gerade hindurch. Die Stellung dieser Geraden wird durch den Wert von Σ und X bestimmt.

Wenn der atomare Wirkungsbereich klein ist, dann können wir die gegenseitige Energie der Stufen bis auf eine große Neigung vernachlässigen. Die Oberflächenenergie σ wird in der Form von (12) ausgedrückt und in Fig. 10

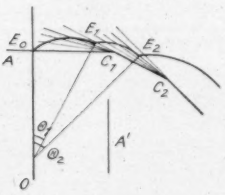


Fig. 10.

durch den vom Wulffschen Mittelpunkte o zum Kreisbogen E_0E_1 gezogenen Radiusvektor dargestellt.

Es gibt eine positive ganze Zahl M, die dadurch definiert ist, daß die gegenseitige Energie zweier Stufen praktisch vernachlässigt werden kann, wenn die zwischen ihnen liegende Tiefe gleich oder größer als $M\delta$ ist, die aber dann stets berücksichtigt werden muß, wenn diese Tiefe den Wert $(M-1)\delta$ nicht überschreitet.

Vermehrt sich Θ über die Neigung

$$(\widehat{H})_1 = \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{M}$$

hinaus, dann kommt die Tiefe $(m-1)\delta$ zum Vorschein und σ wird somit durch die Formel (13) ausgedrückt. In Fig. 10 ist σ durch die Kurve E_1E_2 dargestellt. Wenn

$$(\widehat{H})_2 < \Theta < (\widehat{H})_3$$

ist, wo

$$(\widehat{H})_2 = \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{M-1}, \quad (\widehat{H})_3 = \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{M-2}$$

σ durch E_2E_3 dargestellt ist u. dergl. m. Die Knickpunkte erscheinen an Θ, für welche

$$\operatorname{tg}\Theta = \frac{1}{M}, \frac{1}{M-1}, \frac{1}{M-2}, \ldots\ldots$$

Daher besteht die Kristalloberfläche aus diesen Knickpunkten entsprechenden ebenen Flächen[1]). Die Fläche einer mittleren Neigung geht nur durch eine Kante hindurch und kann nicht als Kristallfläche erscheinen.

Es ist auch bemerkenswert, daß selbst die einem Knickpunkte entsprechende Fläche C_1C_2 nicht wirklich erscheinen kann, wenn irgendeine andere mögliche Fläche A' im Bereiche von E_0C_1 die Fläche A schneidet.

Wir können aus dem oben dargelegten Gedankengange die Ursache der polyedrischen Kristallform verstehen. Die Möglichkeit krummer Flächen ist beseitigt, wenn der atomare Wirkungsbereich klein ist. Ehrenfest hat versucht, diese wichtige Eigenschaft der Kristalle durch ein spezielles Schema zu erklären. Unsere obigen Betrachtungen haben jedoch dieses Problem ohne spezielle Voraussetzung gelöst.

Wenn wir den Fall, in dem der atomare Wirkungsbereich groß ist, in Betracht ziehen, so müssen wir selbst bei kleiner Neigung die gegenseitige Energie zweier benachbarter Stufen nicht außer acht lassen. Überdies müssen wir nicht nur die gegenseitige Energie zweier benachbarter Stufen, sondern auch die zwischen drei, vier, ... nahe aneinander liegenden Stufen berücksichtigen. Dann erscheinen in der σ-Kurve die Knickpunkte sehr häufig. Im Grenzfalle wird die σ-Kurve eine glatte Kurve ohne Knickung,

1) Im allgemeinen Falle entsprechen $(\widehat{H})_1, (\widehat{H})_2, \ldots$ den Orientierungen einfacher Indizes.

und dementsprechend bildet die Enveloppe der ebenen Flächen eine gekrümmte Fläche.

Von einem anderen Standpunkte aus betrachtet ist die Oberflächenenergie, d. h. die Arbeit, die erforderlich ist, um einen Kristall längs einer Fläche zu zerschneiden, dem Kubus des atomaren Wirkungsradius proportional, während die Stufenenergie, d. h. die für das Zerlegen einer Atomschicht in zwei Teile erforderliche Arbeit seinem Quadrat proportional ist. Das Verhältnis

$$X : \sigma_0$$

ist daher sehr klein und dementsprechend wird auch der ebene Bereich der dem Wert $\Theta = 0$ entsprechenden Fläche sehr klein. Auch hier ist die Möglichkeit der gekrümmten Oberfläche vorhanden[1]).

Es wird angegeben, daß der natürliche Diamant häufig in einem abgerundeten Oktaeder erscheint. Flüssige Kristalle, deren Gitterstrukturen heute noch etwas zweifelhaft erscheinen[2]), zeigen auch verschiedene gekrümmte Flächen. Ich habe jetzt nicht die Absicht, diese abnormalen Beispiele durch die Voraussetzung des großen atomischen Wirkungsbereiches zu erklären, da wir die Wirkung des umgebenden Mittels und die der Temperatur berücksichtigen müssen. Wir können aber bei dieser Betrachtung die Existenzmöglichkeit abgerundeter Kristalle begreifen.

Umgekehrt können wir aus der Tatsache, daß beinahe alle Kristalle polyedrische Gestalten haben, die Kleinheit des atomischen Wirkungsbereiches schließen. Bei heteropolaren Verbindungen, wie z. B. Steinsalz, ist der Wirkungsbereich eines einzigen Atoms nicht klein, da dieses elektrostatisch wirksam ist. Wenn man aber 8 nahe aneinander liegende Atome als eine Gruppe auffaßt, dann weicht die Wirkung dieser Gruppe von der eines Oktopols nur wenig ab.

Auf dem Kristalle erscheinen immer nur die Flächen mit einfachen Indizes. Diese Regelmäßigkeit ist als Rationalitätsgesetz bekannt. Wir können aus oben hervorgehobenen Betrachtungen schließen: Die polyedrischen Kristallformen und das Rationalitätsgesetz sind unmittelbare Ergebnisse der Kleinheit des atomaren Wirkungsbereiches.

4. Spaltbarkeit.

Auf Grund obiger Betrachtungen können wir auch die Spaltbarkeit der Kristalle erklären. Diese merkwürdige Eigenschaft der Kristalle wurde schon von vielen Forschern eifrig untersucht[1]). Eine vollständige Erklärung ist aber noch nicht gegeben.

Wenn man z. B. den Steinsalzkristall betrachtet, so hat die Fläche (1, 0, 0) die kleinste Oberflächenenergie, das heißt, die dieser Ebene entsprechende Zerschneidungsarbeit ist am kleinsten. Dieses Minimum ist, entgegen gewöhnlichen Minima stetiger Funktionen, sehr scharf, so daß in der σ-Kurve eine Spitze erscheint[2]). Unter diesem Umstande können wir die Erscheinung der Spaltbarkeit leicht verstehen.

Bekanntlich hat der Kalkspat eine Gitterstruktur, die der des Steinsalzes ähnlich ist. Wenn man im Steinsalzgitter die Na-Atome

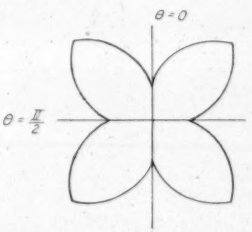


Fig. 11.

durch Ca-Atome und die Cl-Atome durch CO_3-Gruppen ersetzt, indem man das Gitter ein wenig deformiert, so erhält man das Kalkspatgitter. Da jedes Ca-Atom die Ladung $2e$ und jede CO_3-Gruppe die Ladung $-2e$ hat, so können wir das Ergebnis von § 2 im qualitativen Sinne auf diesen Fall übertragen. Die Würfelfläche des Steinsalzes entspricht der Rhomboederfläche des Kalkspates. Das Minimum der Oberflächenenergie muß also an den Rhomboederflächen erscheinen. Damit können wir die vollkommene Spaltbarkeit des Kalkspatkristalles sehr wohl verstehen.

Das Problem der Spaltbarkeit steht mit der Theorie der Elastizität im engen Zusammenhang. Somit ist eine quantitative Theorie sehr schwer aufzubauen. Aber als eine qualitative Theorie genügen die oben angegebenen Betrachtungen vollständig und wir können

$$\frac{1}{\sigma_0}\frac{d\sigma_0}{d\Theta}$$

als Maß der Spaltbarkeit betrachten.

1) In diesem Falle können die in der Nähe der Oberflächen entstehenden Deformationen des Gitters nicht vernachlässigt werden. Auch dieser Umstand ruft die Abrundung des Kristalles hervor.

2) E. Hückel, diese Zeitschr. **22**, 561. 1921.

1) Z. B. G. Wulff, diese Zeitschr. **21**, 718, 1920.

2) Fig. 11 zeigt σ des Steinsalzkristalles, wobei $\varphi = 0$, d. h. die Kurve $\sigma_{\theta 0}$-Kurve ist.

5. Zusammenfassung.

Wir können die Resultate obiger Betrachtungen folgendermaßen zusammenfassen:

I. Eine Methode der Erweiterung der Born- und Sternschen Berechnung der Oberflächenenergie ist gefunden worden.

II. Es ist bewiesen worden, daß polyedrische Kristallformen und das Rationalitätsgesetz unmittelbare Ergebnisse der Kleinheit des atomischen Wirkungsbereiches sind.

III. Die Spaltbarkeit der Kristalle ist aus atomarer Wirkung erklärt worden.

(Eingegangen 29. Juli 1923.)

Die Art der Röntgenimpulse.

Von E. H. Kennard.

Das kontinuierliche Röntgenspektrum, das als Untergrund von allen Antikathoden emittiert wird, ist oft Impulsen zugeschrieben worden, die von den Kathodenstrahlen emittiert werden, wenn die sie bildenden Elektronen gebremst werden. Es interessiert zu untersuchen, welche Aussage die beobachtete spektrale Verteilung machen kann über die Form, die diese Impulse haben müssen, falls sie existieren, und so indirekt über den Charakter des Bremsprozesses. Die Frage ist auch von einigem mathematischen Interesse, weil man denken könnte, daß ein „Impuls" nicht ein Spektrum mit scharfer Grenzfrequenz ergeben kann.

1. Allgemeine Theorie.

Ein Impuls, in dem die Energie hauptsächlich in der Nachbarschaft einer bestimmten Wellenfront konzentriert ist, kann bequem durch ein Fourierintegral wie folgt[1]) dargestellt werden:

$$E = \int_0^\infty [f(p)\sin pt + g(p)\cos pt]\,dp\,, \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} \pi\cdot f(p) &= \int_{-\infty}^{+\infty} E\cdot\sin pt\,dt;\\ \pi\cdot g(p) &= \int_{-\infty}^{+\infty} E\cdot\cos pt\,dt,\\ J_\nu &= \frac{c}{4}(f^2+g^2), \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

wo $E = E(t)$ die elektrische Intensität ist, $p = 2\pi\nu$, wo ν die Frequenz, t die Zeit, c die Lichtgeschwindigkeit, und J_ν die spektrale Intensität in bezug auf die Frequenz, d. h. die Gesamtenergie des Impulses pro Einheit der Frequenz bedeutet. Die Funktionen f und g werden stetige Funktionen von p sein, wenigstens unter der Voraussetzung, daß E, als Funktion von t betrachtet, im Höchstfall eine endliche Zahl von Unstetigkeiten innerhalb irgendeines gegebenen Intervalles hat, — eine Bedingung, die wahrscheinlich immer in physikalischen Fällen erfüllt sein wird. Wenn die Strahlung nicht eben-polarisiert ist, so muß jede ihrer eben-polarisierten Komponenten allein gemäß diesen Gleichungen behandelt werden.

Nun ergibt das Experiment natürlich nur J_ν, so daß f und g nicht einzig und allein aus experimentellen Daten bestimmt werden können. Weiterhin stellt ein beobachtetes Spektrum notwendigerweise das durchschnittliche Ergebnis vieler Impulse dar, die sich einander wahrscheinlich nur in sehr roher Weise ähneln, denn der Bremsprozeß wird weitgehend von Elektron zu Elektron variieren, und ein gegebenes Elektron wird höchstwahrscheinlich eher eine Aufeinanderfolge von Impulsen emittieren als einen einzigen. Daher bleibt nur übrig, aus den spektralen Daten einen einzigen Impuls zu konstruieren, dem die tatsächlichen im Durchschnitt spektral äquivalent sind, und dann anzunehmen, daß irgendein allgemeiner Zug, der in den meisten der letzteren vorkommt, auch in dem ersteren auftreten wird.

Die scharf definierte obere Frequenzgrenze des beobachteten Spektrums erhält man, indem man einfach $f = g = 0$ setzt für alle Frequenzen oberhalb der Grenzfrequenz. Aber es ist offenbar so, daß ein Impuls dieser Art, der in einer graphischen Darstellung als Funktion der Zeit aufgetragen wird, sich in wenigstens einer Richtung in die Unendlichkeit erstrecken muß. Um dies zu beweisen, wollen wir annehmen, daß man im entgegengesetzten Fall ein gewisses Intervall wählen könnte, sagen wir von t_1 bis t_2, außerhalb dessen E überall Null ist. Möge E über dieses Intervall in einer Fourierreihe von Sinusgliedern entwickelt werden und möge $A_n\sin(nt+\alpha)$ irgendeines ihrer Glieder sein. Indem wir nun die Reihe für E in (2) einsetzen und die Integration ausführen, finden wir sofort für den besonderen Wert n der Größe p:

$$\begin{aligned} 2\pi f(p) &= 2\pi\cdot f(n) = A_n(t_2-t_1)\cos\alpha\,,\\ 2\pi\cdot g(p) &= 2\pi g(n) = A_n(t_2-t_1)\sin\alpha. \end{aligned}$$

Es folgt daß, wenn J_ν und daher auch, nach (2) f und g für alle $\nu > \nu_0$ verschwinden, d. h. für $p > 2\pi\nu_0$, daß dann $A_n = 0$ für alle $n > 2\pi\nu_0$ sein muß: es muß somit der Wellenzug bestehen aus einer begrenzten Zahl von endlichen Zügen von Sinuswellen, die durch eine

[1]) C. I. Darwin, Phil. Mag. **43**, 641, 1922.

endliche Zahl von Ausdrücken der Fourierreihen gegeben sind. Ein wenig Überlegung zeigt aber, daß in einem solchen Falle die Integrale in (2) unmöglich für alle $p > 2\pi\nu_0$ verschwinden können, wie wir annahmen.

Ein unbegrenzter Wellenzug als Folge jedes Impulses ist natürlich nicht unmöglich, denn das Feld jedes einzelnen Atoms erstreckt sich ohne Zweifel bis in die Unendlichkeit, und kein Elektron ist jemals gänzlich frei von Beschleunigung. Aber es gibt andere Möglichkeiten, die für sich sprechen: das Spektrum ist vielleicht jenseits der Grenzfrequenz nicht absolut dunkel, auch könnte unsere Theorie der Lichtwellen falsch sein. Diese Schwierigkeit hängt zusammen mit der des Bestehens eines endlichen Wellenzuges, der eine absolut monochromatische Menge Strahlungsenergie enthält, so wie es die Quantentheorie zu fordern scheint.

Ein anderer Punkt im Spektrum, der bestimmte Auskunft in bezug auf die Art des Impulses gibt, ist der Wert von J_ν für $\nu = 0$[1]). Nach (2) gilt:

$$\pi^2 f^2 = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \sin pt\, dt\right]\left[\int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \sin pt\, dt\right] =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} E(t)\, E(t') \sin pt \sin pt'\, dt\, dt',$$

wo t und t' unabhängige Variable sind; addieren wir hierzu den entsprechenden Wert für $\pi^2 g^2$ und substituieren wir die Summe in der letzten der Gleichungen (2), so finden wir:

$$4\pi^2 J_\nu = c\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} E(t)\, E(t') \cos p(t' - t)\, dt\, dt'. \quad (3)$$

Für $\nu = 0$ wird hieraus:

$$4\pi^2 J_0 = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} E(t)\, dt\right]^2. \quad (4)$$

Aus (3) erhellt, daß, wenn $E(t)$ immer dasselbe Vorzeichen hat, der Maximalwert von J_ν dann vorliegt für $\nu = 0$. Nun ist $E(t)$, das sich natürlich nur auf eine Schwingungsebene bezieht, proportional der Komponente der Beschleunigung des Elektrons in jener Ebene. Daraus folgt, daß, wenn J_0 nicht der Maximalwert von J_ν ist, die Strahlung dann nicht emittiert sein kann durch die schwingungsfreie Bremsung eines sich in einer geraden Linie bewegenden Elektrons.

In jedem Fall zeigt (4), daß $\sqrt{J_0}$ proportional ist $\int_{-\infty}^{+\infty} E\, dt$ oder der gesamten Geschwindigkeitsänderung des Elektrons in der Schwingungsebene von E. Wenn daher durch das Experiment gefunden werden sollte, daß $J_0 = 0$ ist, so könnten wir daraus den Schluß ziehen, daß das emittierende Elektron keine absolute Geschwindigkeitsänderung in Richtungen senkrecht zur Emissionsrichtung der Strahlung erfuhr; wir würden dann gezwungen sein zu schließen, daß das Spektrum nach allem nicht durch den Kathodenstrahl während seiner Bremsung emittiert wurde, sondern durch ein oder mehrere Elektronen, die durch den Zusammenstoß in Schwingungen versetzt wurden.

Selbst eine allgemein aufwärts gerichtete Konvexität in der für eine Schwingungsebene aufgenommenen und als Funktion von ν dargestellten Kurve für $\sqrt{J_\nu}$ macht es wahrscheinlich, daß die Komponente der Beschleunigung des Elektrons in jener Ebene zum mindestens einen Vorzeichenwechsel aufweist. Denn wenn wir $\sqrt{J_\nu}$ als stetige Funktion von ν annehmen, die linear für $\nu < \nu_0$ ist, und für $\nu > \nu_0$ verschwindet, und wenn wir $f = 0$ setzen, sodaß nach (2) $g = 2\sqrt{J_\nu}/c$ wird, dann ergibt (1) nach einer einfachen Integration einen einseitigen Impuls, der einer Beschleunigung mit durchweg demselben Vorzeichen entspricht; jeder Versuch hingegen, die Kurve für $\sqrt{J_\nu}$ nach oben zu biegen, scheint nach einer Reihe von Proben immer eine mehr oder minder ausgeprägte Zweiseitigkeit in den Impuls einzuführen. Es scheint nicht vorteilhaft zu sein, die Annahme fallen zu lassen, daß $f = 0$ ist, weil f selbst in (1) eine Komponente zu E hinzufügt, die symmetrisch mit Vorzeichenwechsel ist und die daher dazu neigt, eine Zweiseitigkeit einzuführen.

2. Anwendung auf experimentelle Daten.

Werte von $\sqrt{J_\nu}$ für das kontinuierliche Spektrum einer Wolfram-Antikathode bei 50 000 Volt wurden aus Kurve F in Fig. 4 der Ulreyschen Arbeit[1]) berechnet und sind durch die dick ausgezogene Kurve BCH in Fig. 1 in willkürlichem Maßstab dargestellt. Die Grenzfrequenz ν_0 entspricht einer Wellenlänge von 0,25 Å.

Natürlich ist der Teil der Kurve, der für unseren Zweck am wichtigsten ist, unbekannt und wird es wahrscheinlich noch lange bleiben. Vom Standpunkt dieser Arbeit aus scheint es indessen kaum möglich zu sein, daß die Kurve in den Ursprung läuft, denn das würde, wie

1) Sommerfeld, Ann. d. Phys. **46**, 721, 1915; Zobel, Phys. Rev. **7**, 580, 1916.

1) Ulrey, Phys. Rev. **11**, 401, 1918.

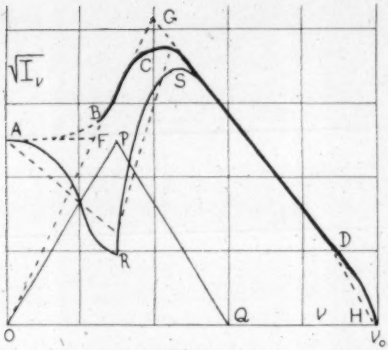


Fig. 1.

wir gesehen haben, bedeuten, daß die absolute Geschwindigkeitsänderung des Elektrons in Richtungen senkrecht zur Gesichtslinie Null ist.

Es wurde demgemäß, um eine mögliche Impulsform als Illustration der Theorie zu finden, die Kurve entlang der gestrichelten Linie bis A extrapoliert. Dann wurde zur bequemeren Berechnung die Kurve $ABCH$ angenähert ersetzt durch die gebrochene Linie $AFGDH$, f wurde gleich Null angenommen, so daß $g \sim \sqrt{J_\nu}$ wurde, und E wurde aus (1) berechnet. Das Ergebnis ist:

$$E = \frac{A}{t^2}\,[-19{,}0\cos p_0 t + 6{,}25\cos(0{,}9\,p_0 t) + 33{,}5\cos(0{,}4\,p_0 t) - 20{,}75\cos(0{,}24\,p_0 t)], \quad (5)$$

wo $p_0 = 2\pi\nu_0 = 24\pi \cdot 10^{18}$ und A eine unbekannte Konstante ist; diese Gleichung ist als Kurve I in Fig. 2 dargestellt.

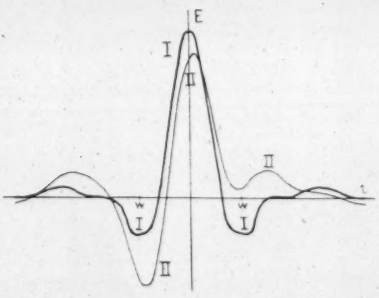


Fig. 2.

Eine andere mögliche Impulsform für dasselbe Spektrum erhielt man, indem man annahm, daß $\sqrt{c \cdot f/2}$ Werte hat, die durch die gebrochene Linie OPQ in Fig. 1 dargestellt sind. Es wurde dann g aus (2) berechnet, so daß sich die richtigen Werte für $\sqrt{J_\nu}$ ergaben, wodurch man für $\sqrt{c \cdot g/2}$ die Kurve $ARSDH$ erhielt; die letztere wurde dann bei der Berechnung durch die gestrichelte Linie ersetzt, und die Integrale in (1) wurden ausgewertet. Der Ausdruck für E war von demselben allgemeinen Typus wie (5), enthielt aber Sinus- und Cosinusglieder, er ist dargestellt durch Kurve II in Fig. 2. Etwas diesem Impuls Ähnliches könnte leicht emittiert werden während eines halbelastischen Zusammenstoßes eines Elektrons mit einem Atom.

Da die Energie proportional E^2 ist, so sieht man, daß die Konzentration der Energie in diesen Impulsen sehr groß ist, die unendliche Zahl der durch die Formeln gegebenen Glieder ist durchaus zu vernachlässigen. Wenn diese Glieder einfach außerhalb der gestrichelten Teile fehlten, so würde die spektrale Verteilung dadurch nicht wesentlich geändert werden.

Die Weite des zentralen Teiles ww ist etwa 1,9 Schwingungsperioden für die Grenzfrequenz des Spektrums und ist natürlich eng mit dieser Grenze verbunden.

Cornell University, 23. Juni 1923.

(Übersetzt von Fr. Trappe.)

(Eingegangen 20. August 1923.)

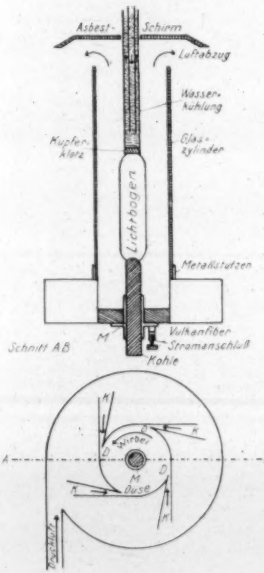
Versuch zur Demonstration der Ladungen von Metalldämpfen im Lichtbogen.

Von A. Salb.

Aus Versuchen Lenards[1]) geht hervor, daß die an den Elektroden eines Lichtbogens entstehenden Metalldämpfe zum großen Teil positive elektrische Ladungen tragen. Es werden daher, wie Lenard zeigte, Dämpfe, die an der positiven Elektrode entwickelt werden, unter der Einwirkung des elektrischen Eigenfeldes im Lichtbogen von der positiven Elektrode weg zur negativen geführt, während am negativen Pol entstehende Dämpfe durch die Wirkung desselben Feldes auf die Elektrode zurückgetrieben werden. Für die Lichtemission hat das zur Folge, daß das Licht von Metalldämpfen, die aus der positiven Elektrode kommen, praktisch den ganzen Raum zwischen den beiden Elektroden erfüllt, während das Licht von Dämpfen, die aus der negativen Elektrode stammen, auf deren unmittelbare Umgebung beschränkt bleibt.

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. **17**, 221, 1905.

Im Folgenden ist eine auf Anregung von Herrn Professor Dr. J. Zenneck ausgearbeitete Anordnung beschrieben, welche diese Erscheinung in besonders effektvoller Weise einem großen Auditorium vorzuführen gestattet und die sich auch für eine Reihe anderer spektraler Versuche besonders zu eignen scheint. Diese Laboratoriumsanordnung ist praktisch identisch mit einer von der Badischen Anilin- und Sodafabrik Ludwigshafen für Beleuchtungszwecke vorge-



schlagenen (D.R.P. Nr. 243084) und ist dem Stickoxydofen dieser Firma nachgebildet:

Der Bogen brennt in einem vertikal stehenden etwa 5 cm weiten Glaszylinder (Auerzylinder) und wird durch einen Luftwirbel stabilisiert, der durch tangentiales Einblasen von Druckluft in einer metallenen Verlängerung des Zylinders erzeugt wird und zugleich eine gute Kühlung des Zylinders bewirkt. Das tangentiale Einblasen der Luft geschieht durch Kammern K (Figur), deren Anordnung aus der Figur ersichtlich ist. Die untere Elektrode wird durch ein federndes Messingrohr M gehalten, die obere ist in einen isolierenden Halter so eingespannt, daß sie leicht axial verschoben werden kann.

Die Zündung erfolgt erst nach Erregung des Luftwirbels, dessen Stärke man am besten so nachreguliert, daß der Bogen zu einem Hohlzylinder auseinandergeblasen erscheint. Der Bogen läßt sich dann unter langsamer Verstärkung des Luftwirbels z. B. bei der meist verfügbaren Netzspannung von 220 Volt und bei einer Stromstärke von 4—6 Amp. leicht 6—8 cm in die Länge ziehen und in dieser Länge dauernd in Betrieb halten, vorausgesetzt, daß die Elektroden bei dem Auseinanderziehen einigermaßen zentriert bleiben, da der Bogen sonst ausgeblasen wird. Bei Verwendung größerer Stromstärken kann man den Bogen vorübergehend noch weiter auseinander ziehen; die Hitze im Zylinder wird dann aber so groß, daß die Kühlung durch den Luftwirbel für Dauerbetrieb nicht mehr ausreicht und der Zylinder in Gefahr kommt zu schmelzen. Beobachtet wird der Bogen zweckmäßigerweise in seiner Projektion.

Nimmt man nun als obere Elektrode einen mit fließendem Wasser gekühlten Kupferklotz (vgl. Figur!), den man vor dem Versuch kurz in Salzsäure tauchte, und als untere Elektrode eine in einer schwachen Lithiumsalzlösung getränkte Homogenkohle, so beobachtet man Folgendes:

Macht man 1. die lithiumgetränkte Kohle zur positiven Elektrode, so erfüllen die roten Lithiumdämpfe entsprechend dem oben Ausgeführten den ganzen Bogen, während von den Kupferchloriddämpfen kaum etwas zu sehen ist. Macht man dagegen 2. die lithiumgetränkte Kohle zur negativen und das Kupfer zur positiven Elektrode, so sieht man nun den ganzen Bogen von den Kupferchloriddämpfen hellgrün gefärbt. Diese Dämpfe breiten sich also nun in dem ganzen Lichtbogen von oben nach unten aus, obwohl der Luftstrom entgegenwirkt. Die roten Lithiumdämpfe, die doch der Luftwirbel nach oben zu reißen sucht, umsäumen dagegen infolge der elektrostatischen Anziehung nur mehr die negative Kohle. Bedingung für das Gelingen des Versuches ist eine genügend große Feldstärke zwischen den beiden Elektroden. Man muß daher den Bogen eventuell kürzer brennen lassen, als es mit der vorhandenen Spannung an sich möglich wäre.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 2. September 1923.)

BESPRECHUNGEN.

P. Ludewig, Die physikalischen Grundlagen des Betriebes von Röntgenröhren mit dem Induktorium. (Strahlentherapie Bd. VII.) 8°. VIII u. 138 S. Mit 152 Abbildungen im Text. Berlin, Urban & Schwarzenberg. 1923. Gz. M. 7.50.

Das Ziel des Verfassers war es, in Form einer Monographie die physikalischen Grundlagen der weit verbreiteten Induktor-Apparatur darzustellen und gleichzeitig seine den Fachleuten wohl zumeist entgangenen Arbeiten über die Charakteristikentheorie bekannter zu machen. Zugleich soll die Bedeutung der elektrischen Schwingungen für die Erzeugung einer genau definierten Strahlung in den Vordergrund gerückt werden.

Der Verfasser geht in seiner Darstellung von den Fundamenten der Elektrizitätslehre aus und führt den Leser an der Hand von Formeln ohne langwierige und für den Mediziner unverständliche Ableitungen und an der Hand sehr zahlreicher und vorzüglicher Abbildungen zum Ziele. Das Buch gibt eine straff aufgebaute und erschöpfende Darstellung der physikalischen Gesetze, ihrer Anwendungen und der Aufgaben für den Betrieb gashaltiger (Ionen-)Röhren mit dem Funkeninduktor. Historisches über den Werdegang der Induktoren bis zu den modernsten Maschinen macht die Lektüre abwechslungsreich.

Zu bedauern ist, daß die Vorgänge bei den Hochvakuum-Elektronenröhren, deren Verwendung auch bei Induktorapparaturen heute mehr und mehr Platz greift, nicht mit behandelt werden.

Ein Literaturverzeichnis sowie ein alphabetisches Register vervollkommnen den Wert des Buches, das sowohl dem Physiker und Techniker wie dem Arzte bestens zu empfehlen ist.

Druck und Papier sind gut; besonders die Wiedergabe der Figuren ist ausgezeichnet.

Hans Küstner.

C. D. Chwolson, Lehrbuch der Physik. III. Band, II. Abteilung: Die Lehre von der Wärme. Herausgegeben von G. Schmidt. 8°. 30 Bogen. Mit 110 Abbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G. 1923. Grundzahl geh. M. 15.50, geb. M. 18.—.

Die großen Vorzüge dieses Lehrbuches haben wir bei der Besprechung des I., II. und III. Bandes in dieser Zeitschrift genügend gewürdigt. Der vorliegende 2. Teil des III. Bandes ist ebenfalls seinen Vorgängern durchaus ebenbürtig. Auch dieser Band ist im Vergleich zur ersten Auflage stark umgeändert. — Die Einteilung ist kurz folgende: Zunächst werden die Grundlagen der Thermodynamik in sehr klarer und leicht verständlicher Form entwickelt (1). — Ihre Kenntnis wird dann geschickt benutzt, um bereits betrachtete Erscheinungen thermodynamisch zu vertiefen, so daß das Theorem von Nernst einem leicht verständlich wird. — Die beiden nächsten Kapitel bringen die Anwendung der Thermodynamik auf den allgemeinen Fall des Überganges einer Substanz aus einem Zustand in den andern. — Im fünften Kapitel finden sich die Eigenschaften der gesättigten Dämpfe mit Einschluß der Hygrometrie, im sechsten die der ungesättigten Dämpfe. — Das Schlußkapitel behandelt das Gleichgewicht sich berührender Körper, insbesondere die Phasenregel und die thermodynamische Theorie verdünnter Lösungen und deren praktische Verwendung. — Wie immer findet sich am Ende jedes Kapitels eine reiche Angabe von einschlägiger Literatur. Auch diesen Band des trefflichen Lehrbuches können wir wärmstens jedem lernenden und lehrenden Physiker wie jedem, der Interesse für Physik hat, empfehlen.

Karl Bergwitz.

E. Bauer, Die Grundprinzipien der rein naturwissenschaftlichen Biologie und ihre Anwendungen in der Physiologie und Pathologie. (Vorträge und Aufsätze über Entwickelungsmechanismus der Organismen, herausgegeben von W. Roux.) XXIV. gr. 8°. 75 S. Berlin, J. Springer. 1920. Grundzahl M. 6.—

Dieses Büchlein stellt einen bemerkenswerten Versuch in der Richtung dar, die Aufgaben und Methoden der Biologie abzugrenzen. Der Verfasser hat durchaus recht, wenn er betont, daß die Biologie, seien wir „Vitalisten", seien wir „Mechanisten", ihre eigene Prinzipien haben muß, die die Lebewesen kennzeichnen und nur dann hat man zu versuchen diese Prinzipien auf physikalische Gesetze zurückzuführen, ebenso wie zuerst die beiden Hauptsätze der Thermodynamik historisch vor der mechanischen Interpretation aufgestellt wurden. Der Verfasser stellt wirklich solche Prinzipien auf, er sucht sie sogar aus seiner Definition des Lebewesens thermodynamisch zu beweisen. Natürlich über die Richtigkeit und was nicht minder wichtig ist, über die Fruchtbarkeit der Prinzipien kann nur Erfahrung entscheiden.

Brody.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. K. Löwner für Mathematik.

Ernannt: Studienrat Dr. F. Böhm zum nichtbeamteten a. o. Professor für Mathematik an der Universität München, Professor Dr. E. Hilb an der Universität Würzburg zum ord. Professor der Mathematik daselbst, der Privatdozent für analytische Chemie an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. techn. Albin Kurtenacker zum a. o. Professor ebenda, der Privatdozent Dr. Franz Weidert zum a. o. Professor für Physik an der Technischen Hochschule Berlin.

Berufen: Der Professor der Physik an der Universität Breslau Dr. Eberhard Buchwald auf das neugegründete Ordinariat für theoretische Physik an die Technische Hochschule Danzig.

Verliehen: Dem Privatdozent für theoretische Physik und Chemie an der Universität München Dr. Karl Herzfeld der Titel a. o. Professor.

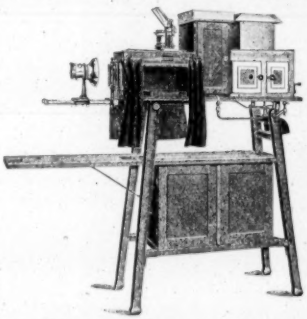
Gestorben: Der ord. Professor für Mathematik und mathematische Physik an der Technischen Hochschule Dresden Geh. Hofrat Dr. Georg Helm, der emeritierte o. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Graz Hofrat Oskar Freiherr Peithner v. Lichtenfels, der frühere ord. Professor für Agrikulturchemie an der Universität Königsberg Geh. Regierungsrat Dr. Albert Stutzer, der ord. Professor der organischen Chemie an der Universität Porto Dr. Antonio Joaquim Ferreira da Silva.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Hans Küstner in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

MAX KOHL A.G. Chemnitz

Physikalische Apparate
Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel
in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel: 4 Große Preise; Turin: 2 Große Preise; Dresden: Großer Preis.

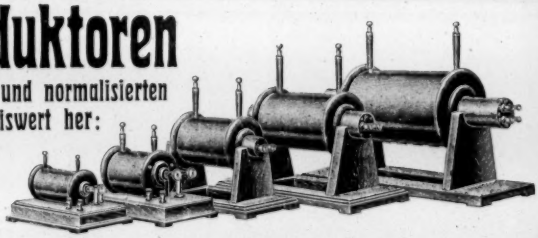


Kohls Megadiaskop. Projektions-Apparat für alle im Unterricht gebräuchlichen Projektionsarten, z. B. für durchfallendes Licht, für auffallendes Licht, für Mikroprojektion, Spektral-, Polarisations-Interferenzerscheinungen usw.

Funken-Induktoren

stellen in großen Serien und normalisierten Typen besonders preiswert her:

Physikalische Werkstätten A.-G. Göttingen I.



Besorgung aller wissenschaftlichen Literatur Zeitschriften - Serienwerke

übernimmt schnell und preiswert

Spezialbuchhandlung u. Antiquariat

Lehmann & Dollheimer

Leipzig, Roßstraße 22.

Angebote stehen kostenlos zur Verfügung.

S. HIRZEL IN LEIPZIG

W. Moede

Experimentelle Massenpsychologie

Mit 16 Abb. 8°. (VI u. 239 S.) 1920.

Grundzahl geh. M. 3.—, gebd. M. 4.50. Grundzahl mal Schlüsselzahl des Börsenvereins D. B. ergibt den Markpreis. Für das Ausland ist Grundzahl 1 = schweiz. Frank 1.25.

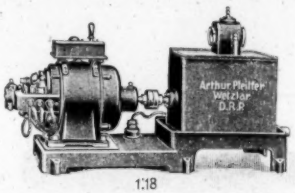
Der Betriebsleiter, der mit Arbeitermassen oder -gruppen zu tun hat, jeder, der Wirkungen auf die Massen auslösen will, alle werden in diesem Neuland von den Bäumen Früchte der Erkenntnis pflücken, die ihr geistiges Rüstzeug schärfen. Moede baut auf selbst erkanntem und versuchtem Tatsachenmaterial auf. Phantasieschlüsse sind ihm fremd. Und gerade deshalb ist seine Arbeit wertvoll. (Ingenieur-Zeitung.)

Bibliothek wird fortgesetzt.

Pfeiffer's

Haupt-Erzeugnisse

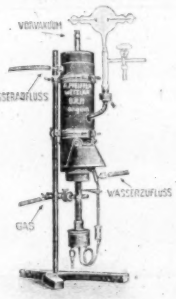
Liste E einfordern



1:18

Rotierende Öl-Luftpumpe D.R.P.

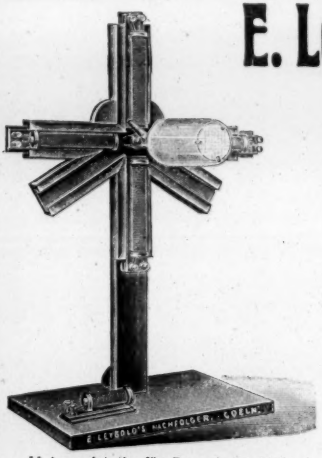
Quecksilber-Dampfstrahlpumpe
D. R. P. angem. ganz aus Stahl



1:20

Hochvakuum-Pumpen, Vakua bis $^1/_{1\,000\,000}$ mm Hg.
Saugleistung bis 50 cbm per Stunde
Photometer aller Systeme
Öl-Prüfapparate, Schnellviskosimeter usw.
Funken-Induktoren bis 1000 mm Funkenlänge
Doppel-Pendelgleichrichter
Oscillographen

Arthur Pfeiffer
Wetzlar



Universalstativ für Braun'sche Röhre nach Simon und Reich.

E. Leybold's Nachf. A.-G.

Cöln a/Rhein

Fabrik physikalischer Apparate

Zweigniederlassung:
Berlin NW 7, Dorotheenstraße 53

Projektionsapparate für
Diaskopie und Episkopie
Hochvakuumpumpen
nach Gaede

Katalog, enthaltend 16000 Nummern, wird Instituten auf Wunsch übersandt.

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.